Matematikundervisning I Freinetskolor

Kommunikativ och laborativ matematik

Maria Jensen

Institutionen för språkdidaktik

Examensarbete 15 Hp

Språkdidaktik

Lärarutbildningens (210 hp)

Självständigt arbete (15 hp) på avancerad nivå

Höstterminen 2010

Handledare: Inger Nordheden

English title: Teaching mathematics in Schools of Freinet.

Matematikundervisning I Freinetskolor

Kommunikativ och laborativ matematik

Maria Jensen

Sammanfattning

Under lärarutbildningen har alternativa pedagogiska synsätts presenterats och Freinetpedagogiken är ett av de pedagogiska förhållningssätt som visat sig passa in på mina ståndpunkter beträffande hur undervisning i matematik bör bedrivas. Med ett stort intresse för matematik antogs aspekten ”matematik i Freinetpedagogiken” som undersökningsplattform. Då arbetet syftar till att undersöka, beskriva och analysera hur några lärare i tre Freinetskolor tillgodoser såväl Freinets konstanter som de styrdokument som råder i dagens skolomsorg har deltagande observation samt intervju antagits som undersökningsinstrument. Dessa metoder användes för att få en sann inblick i den rådande undervisningskulturen. De genomförda intervjuerna och observationerna visar att Freinetskolorna, som medverkat i undersökningen, arbetar mycket laborativt och med en kommunikativ utgångspunkt i matematikundervisningen. Att prata matematik är på tapeten i samtliga deltagande skolor, en undervisning där mycket samarbete mellan eleverna sker. Med hjälp av Deweys praktiska teori och Vygotskijs sociokulturella teori kommer det kommunikativa och laborativa arbetssätt som genomsyrar Freinetskolornas verksamhet att underbyggas. Även tidigare forskning kring laborativ och kommunikativ matematik kommer att behandlas. Slutsatser som framkommit genom att analysera resultatet är att ett kommunikativt och laborativt förhållningssätt inom matematikundervisningen främjar elevernas utveckling på flera plan och stämmer väl överens med hur Freinet avsåg att undervisningen skulle gå till samt hur han såg på elevernas utveckling och lärande.

Nyckelord

Freinetpedagogik. Laborativ matematik. Kommunikativ matematik.

Förord

Nu är det snart hög tid att lämna in det allra sista arbetet för min lärarutbildning. Jag närmar mig mitt mål med stormsteg. Detta sista arbete som visat sig vara oerhört lärorikt har nu nått sitt slut. Men processen har varit lång även då arbetet vuxit fram under intensiv period. De hinder jag stött på under resans gång har ibland skapat frustration, men tack vare positiv energi, stöttande vänner och en väldigt tålamodig handledare så är arbetet nu färdigt.

Jag vill tacka de berörda rektorer och pedagoger som med ett positivt bemötande ställt upp på intervjuer så att studien kunde genomföras. Tack för att jag fick delta under era lektioner. Utan er respons hade arbetet inte varit möjligt att genomföra. Då tiden under examensarbetet har bestått i många timmar framför datorn har det garanterat varit påfrestande för min kära sambo. De långa tråkiga kvällarna som jag spenderat framför dator är nu slut och vi kan börja umgås igen. Tack för all din hjälp och uppmuntran då det nästan känts förgäves och då slutet på vägen kändes långt bort.

Det största tacket måste dock riktas till min handledare, Inger, för kontinuerlig respons under skrivprocessen. Från första stund har du varit min klippa i processen med examensarbetet. De många törnar som dök upp under arbetet redde du ut med dina magiska ord och kloka råd. Tack en än gång för din ovärderliga hjälp i begynnelsen av detta arbete när du skickade böcker och ställde upp på mig och mitt arbete. Tack för alla snälla ord på vägen som har hjälp mig vidare i processen med en ovanligt stor tro på mig själv!

Studien har fördjupat och breddat min kunskap samt gett mig nya redskap för att möta elever i matematikundervisningen. Detta arbetssätt är något jag i min framtida lärarroll kommer att tillämpa i undervisningen.

Innehållsförteckning

[Inledning 2](#_Toc283584999)

[Syfte 3](#_Toc283585000)

[Bakgrund 4](#_Toc283585001)

[Läroplaner och kursplaner genom tiderna 4](#_Toc283585002)

[Lgr 62 4](#_Toc283585003)

[Lgr 80 4](#_Toc283585004)

[Lpo 94 5](#_Toc283585005)

[Lgr 11 5](#_Toc283585006)

[Internationella undersökningar 6](#_Toc283585007)

[Pisa 6](#_Toc283585008)

[Timss 6](#_Toc283585009)

[Teori och tidigare forskning 7](#_Toc283585010)

[Freinet 7](#_Toc283585011)

[Alternativa arbetssätt inom matematikundersvisningen 9](#_Toc283585012)

[Kommunikativ matematik 9](#_Toc283585013)

[Laborativ matematik 10](#_Toc283585014)

[Dewey 11](#_Toc283585015)

[Vygotskij 12](#_Toc283585016)

[Metod 13](#_Toc283585017)

[Urval 13](#_Toc283585018)

[Insamling av material 13](#_Toc283585019)

[Etiska aspekter 13](#_Toc283585020)

[Insamlingsmetoder 14](#_Toc283585021)

[Procedur 14](#_Toc283585022)

[Observationer 14](#_Toc283585023)

[Intervjuer 15](#_Toc283585024)

[Databearbetning 15](#_Toc283585025)

[Intervjuer 15](#_Toc283585026)

[Observationer 15](#_Toc283585027)

[Validitet och reliabilitet 15](#_Toc283585028)

[Resultat 17](#_Toc283585029)

[Observationer 17](#_Toc283585030)

[Intervjuer 18](#_Toc283585031)

[Jämförelse mellan observationer och intervjuer 19](#_Toc283585032)

[Analys 20](#_Toc283585033)

[Laborativ matematik 20](#_Toc283585034)

[Kommunikativ matematik 24](#_Toc283585035)

[Styrdokumenten och Freinets konstanter 26](#_Toc283585036)

[Diskussion 29](#_Toc283585037)

[Metoddiskussion 29](#_Toc283585038)

[Analysdiskussion 29](#_Toc283585039)

[Skillnader mellan läroplanerna 31](#_Toc283585040)

[Vidare forskning 32](#_Toc283585041)

[Slutsatser 32](#_Toc283585042)

[Källförteckning 33](#_Toc283585043)

[Elektroniska dokument 33](#_Toc283585044)

[Litteratur 34](#_Toc283585045)

[Bilagor 36](#_Toc283585046)

[Bilaga 1 36](#_Toc283585047)

[Intervjufrågor 36](#_Toc283585048)

[Bilaga 2 1](#_Toc283585049)

[Freinets konstanter 1](#_Toc283585050)

# Inledning

Under de tre år av studier på lärarutbildningen har alternativa pedagogiska synsätt presenterats i ett flertal kurser. Åtskilliga gånger har Freinets pedagogik kommit upp på tapeten, men bara på ytan. Jag fastnade för Freinets tankar om elevers ansvar beträffande sitt eget lärande. Vid vidare inläsning av pedagogiken upptäckte jag att flera av Freinets aspekter matchar mina ståndpunkter som blivande lärare, däribland verklighetsbaserad undervisning, elevdeltagande och att eleverna ”lär genom att göra” via ett aktivt lärande .[[1]](#footnote-1) När jag läste boken ”för folkets skola”[[2]](#footnote-2) förundrades jag över Freinets förhållningssätt till elevers utveckling och hur han anser att undervisningen bör gå till. En av Freinets konstanter säger att undervisning inte bör utgå från katedern och en annan påvisar att handens arbete är lika viktigt som hjärnans.[[3]](#footnote-3) Med mitt nyfunna intresse för Freinets pedagogik, och viljan att veta mer om den, valde jag Freinetpedagogiken som undersökningsområde men för att inte inta en för bred undersökningsplattform valdes inriktningen ”matematikundervisning inom Freinetpedagogiken”. De frågor som ställdes till lärarna, under de intervjuer som kom att genomföras, uppstod medan jag läste in mig på ämnet, bland annat var intresset något större för elevernas ansvar och hur undervisningen bedrivs utifrån ett elevperspektiv. Samtliga intervjufrågor har dock inte tagits upp i studien då andra aspekter kommit fram under observationerna och därmed fick studien en annan riktning än vad jag trott från början. Till exempel var det inte enhetligt på de tre skolorna med egen planering varpå elevansvarsperspektivet valdes bort. Även föräldrarnas syn på Freinetpedagogiken samt elever i svårigheter var tvungna att lämna plats för det som observationerna verkligen visat, d.v.s. en undervisning baserad på kommunikation och laborativt arbete.

Mycket forskning fokuserar och har fokuserat på utveckling av svenskämnet med strategier kring läs- och skrivutveckling. Dock börjar det bli mer aktuellt med forskning kring utveckling inom matematikämnet. Två internationella undersökningar som de senaste åren har genomförts för att mäta elevers kunskaper inom matematik är PISA och TIMSS.[[4]](#footnote-4) Undersökningarna syftar till att synliggöra utvecklingsriktningen av elevernas resultat och vad detta i sin tur kan beror på.[[5]](#footnote-5) Tidigare under min lärarutbildning har jag skrivit ett utvecklingsarbete om matematik i vilket jag, med utgångspunkt i dessa undersökningar, genomförde en resa till Amsterdam för att observera matematiklektioner och hur dessa gick till. Arbetssättet som Freinet förespråkar stämmer väl överens med det som framkom under utvecklingsarbetet, en undervisning med utgångspunkt i eleverna och ett stort elevdeltagande i undervisningen. Det som framkom under utvecklingsprojektet gjorde att jag även intresserade mig lite extra för hur de skolor som kommer att medverka i denna studie utför lektionernas genomgångar. Med mina tidigare erfarenheter och upptäckterna under utvecklingsarbetet kom jag att undra hur arbetet med Freinets konstanter och arbetet med läroplanerna kan kombineras i verkligheten? I och med dagens krav på lärares användning av styrdokument och uppnåendemål kom jag att undra hur lärare i Freinetrörelsen tillgodoser båda vinklarna i arbetet med matematik. Samtidigt som skolans uppdrag idag är att följa det som står i läroplan och kursplaner måste lärare inom Freinetrörelsen även fullfölja sitt uppdrag gentemot Freinet, upphovsmannen bakom pedagogiken.

# Syfte

Syftet med arbetet är att undersöka, beskriva och analysera hur några lärare i tre Freinetskolor tillgodoser såväl Freinets konstanter som läroplan och kursplaner i matematikundervisningen. Forskningsfrågor som har uppkommit redovisas nedan:

* Hur beskriver mina informanter elevernas kunskapsinhämtande inom matematikundervisningen?
* Hur menar mina informanter att man tillgodoser såväl Freinets konstanter som skolans uppdrag gentemot eleven i enlighet med Lpo 94 samt strävans- och uppnåendemål i kursplanen för matematik?

# Bakgrund

## Läroplaner och kursplaner genom tiderna

Läroplanen är ett av de styrdokument som väger tyngst idag och det är upp till varje lärare att följa den. Nedan följer en redogörelse för vad några av de olika läroplanerna genom tiderna. dåtid, nutid och framtid, säger om kommunikativ och laborativ matematik. Därefter följer en presentation av två internationella undersökningar, Pisa och Timss.

### Lgr 62

I Läroplanen från 1962 är instruktioner beträffande kommunikation och laborativt arbete, som en del av matematikämnet, näst intill obefintliga. Det finns dock beskrivet att ”Eleverna bör efter hand göras förtrogna med allmänt brukligt matematiska termer och uttryckssätt.”[[6]](#footnote-6) Under avsnittet ”undervisningsformer och arbetssätt”[[7]](#footnote-7) poängteras det att en varierad undervisning är av godo för eleverna. Undervisningen bör planeras så att eleverna får såväl gemensamt arbete (arbete i helklass), individuellt arbete (självständigt förvärva kunskapen) som grupparbete (arbete i mindre grupper eller i par).

### Lgr 80

I 1980 års läroplan framhävs det att eleverna lär sig genom en kombination av iakttagelse, teori, och tillämpning. Dessa tre komponenter bidrar till att eleverna får undersöka, observera och uppleva, vilket leder till kritisk granskning av de kunskaper de förvärvat. Kunskap som eleven måste sovra ut och ordna i större sammanhang.[[8]](#footnote-8) Läromedlen är ytterligare en underrubrik i 1980 års läroplan, lärare och elever skall tillsammans komma överens om vilka läromedel som skall brukas för att nå uppställda mål. Samhället och den närliggande miljön bör användas i undervisningen. Genom t.ex. arbetslivsorientering, studiebesök och exkursion uppmanas eleven att utforska och samla material Läroplanen klargör dock att de tryckta läromedel som finns sammanställda för undervisningen, som täcker en väsentlig del av ämnet **måste** spela en stor roll.[[9]](#footnote-9) Det finns även beskrivet att eleverna i problemlösning måste få övning i att diskutera och ta ställning till såväl problemets natur som lösningens rimlighet. Beträffande undervisningen i matematikför samtliga delmoment för elever i de yngre åldrarna, finns det beskrivet att den ska ske genom laborativa och konkreta övningar.[[10]](#footnote-10)

### Lpo 94

I 1994 års läroplan finns det beskrivet att läraren skall organisera och genomföra arbetet så att eleven får stöd i sin språk- och kommunikationsutveckling.[[11]](#footnote-11) Undervisning bör läggas upp med en bred variation. En balans mellan kreativa och problemlösande aktiviteter, genom vilka elevernas kunskapsinhämtande kring matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer främjas, är viktig för att eleverna ska nå framgång inom ämnet.[[12]](#footnote-12) Det är upp till läraren att göra matematiken till ett kommunikativt ämne med en variation i undervisningen.

Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Utbildningen i matematik skall ge eleven möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer i ett aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem.[[13]](#footnote-13)

Ett av strävansmålen i kursplanen för matematik beskriver att eleven skall ”utveckla sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande.” Vidare beskriver kursplanen i matematik att utbildningen ska ge eleven redskap för att utveckla sina möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Eleven skall i slutet av femte skolåret ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper att de kan beskriva och hantera situationer och lösa problem i deras närmiljö. [[14]](#footnote-14) I läroplanen för det obligatoriska skolväsendet finns det under rubriken ”kunskaper” presenterat en rad strävansmål. Ett av dessa sammanfattar kommunikativ matematik och varför denna form av undervisning bör bedrivas.

”Skolan skall sträva efter att varje elev lär sig lyssna, diskutera, argumentera och använda sina kunskaper som redskap för att formulera och pröva antaganden och lösa problem, reflektera över erfarenheter och kritiskt granska och värdera påståenden och förhållanden”. [[15]](#footnote-15)

### Lgr 11

Under 2011 kommer en ny läroplan träda i kraft och nya kursplaner är under bearbetning. Eftersom all utveckling går framåt måste så även läroplanerna och utbildningens utformning förändras. Med andra ord kommer min framtida förhållning till elevernas lärande och deras uppnående av målen, i enlighet med den kommande läroplanen, vara aktuell.

Matematiken har utvecklats ur människans praktiska behov, naturliga nyfikenhet och lusten att utforska.[[16]](#footnote-16) ”Matematisk verksamhet är till sin art en skapande, reflekterande och problemlösande aktivitet som är nära kopplad till den samhälleliga, sociala och tekniska utvecklingen.”[[17]](#footnote-17) Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar en tilltro till sin förmåga och uppvisar motivation till matematikundervisningen.[[18]](#footnote-18) Förutom det faktum att eleverna skall få upptäcka matematik skall undervisningen även ge eleverna förutsättningar att utveckla sin förmåga att använda ett matematiskt språk för att samtala om och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar förmågan att argumentera och att föra matematiska resonemang. Eleverna ska genom undervisning ges möjlighet att utveckla ett matematiskt språk, samt förtrogenhet med hur språket används för att kommunicera med och om matematik i vardagliga och matematiska sammanhang. [[19]](#footnote-19)

De kunskaper eleverna ska förfoga över i slutet av tredje skolåret är bland annat förmågan att lösa matematiska problem, beskriva tillvägagångssättet samt bedöma resultatets rimlighet. Eleven ska också ha förmåga att samtala om och på ett begripligt sätt redogöra för beräkningar i tal och skrift. Samtalen skall leda till att eleven, genom att ställa och besvara frågor, resonerar sig fram till metodval för respektive uppgift.[[20]](#footnote-20) Mer och mer tyder på att kommunikation och laborativt arbete i matematikundervisningen kommer att spela huvudsakligare roller än vad de tidigare gjort.

## Internationella undersökningar

### Pisa

Att svenska elever presterar sämre i matematik har de senaste åren uppmärksammats i en rad rapporter. En av de internationella undersökningar som genomförs för att mäta elevers kunskaper är PISA, som står för Programme for International Student Assessment. Undersökningen mäter ”svenska femtonåringars kunskaper och attityder i ett internationellt perspektiv”. Undersökningen syftar även till att mäta i vilken utsträckning elever har förvärvat de kunskaper och förmågor som är nödvändiga för ett fullt deltagande i samhällslivet.[[21]](#footnote-21) Pisaundersökningen är indelad i tre moment, matematik, läsförståelse och naturvetenskap och genomförs vart tredje år med ett av ämnena i fokus. År 2003 var matematik i centrum och då deltog sammanlagt 57 länder. Resultaten mellan länderna varierade, där Sverige presterade på ett ungefärligt OECD-genomsnitt (organisationen för ekonomiskt samarbete och utveckling). I rapporten finns det att läsa att de ungdomar som medverkat i PISA- undersökningarna från Sverige är bättre på uppgifter av rutinkaraktär, där elevernas grundläggande kunskaper ska tillämpas. Även uppgifter av tolkningskaraktär uppvisar svenska elever ett bättre resultat. Däremot är de sämre på uppgifter som kräver ett kritiskt granskande och uppgifter som fordrar analysering, reflektion, argumentation och kommunikation.[[22]](#footnote-22)

### Timss

En annan undersökning med liknande syfte är TIMSS, *Trends in International Mathematics and Science Study.* TIMSS genomförs i skolår fyra och åtta och mäter kunskap i naturvetenskap och matematik i ett internationellt perspektiv. Undersökningen har genomförts vart fjärde år sedan 1995. Även i denna undersökning påvisas det att Svenska elever uppvisar svårigheter i användning av fakta och begrepp i matematiken.[[23]](#footnote-23) I undersökningarna har det även framkommit att nästan samtliga elever undervisas med lärobok som grund. I nio av tio fall uppger eleverna att läroboken är det främsta undervisningsmaterialet och lärarens huvudsakliga grund för undervisningen.[[24]](#footnote-24) I rapporten från 2003 finns även att läsa att innehållet på lektionerna, för elever i årskurs fyra och åtta, till stor del består i att arbeta självständigt, med eller utan lärarens handledning.[[25]](#footnote-25) Projektledaren för TIMSS- projektets matematikstudie Per-Olof Bentley kommenterade de resultat som presenterades från undersökningen 2007. Han menar att eleverna måste få diskutera och resonera kring uppgifter för att tillämpa sina kunskaper. Ensamarbetet, som är det övergripande arbetssättet i svensk matematikundervisning, måste minskas enligt Bentley.[[26]](#footnote-26)

# Teori och tidigare forskning

Nedan följer ett stycke om de teoretiska förankringarna arbetet grundar sig på och lite av den tidigare forskning som finns inom området. Avsnittet inleds med en redogörelse om Freinet och hans pedagogik varpå en fördjupning inom kommunikativ och laborativ matematik följer. Avslutningsvis följer en sammanfattning av Vygotskijs och Deweys kunskapsteorier.

## Freinet

Célestin Freinet (1896-1966) arbetade som lärare i Frankrike. Ett antal år under andra världskriget sattes han i koncentrationsläger, varpå han fick chans att tänka igenom sitt pedagogiska arbete. Han stod för en experimentell pedagogik, en aktiv skola med fokus på praktiskt arbete som en förutsättning för elevernas utveckling.[[27]](#footnote-27) Freinet presenterade tio allmänna regler som, enligt honom, var tvungna att ligga till grund för att en omgestaltning av undervisningen.[[28]](#footnote-28) Däribland fanns principer beträffande arbetet i skolan och hur den bör bedrivas, Freinet menade att ”Arbetet skall vara den bärande principen, drivkraften och filosofin bakom folkets skola, det skall vara den aktivitet ur vilken alla färdigheter framgår.”[[29]](#footnote-29) Den passiva och förlegade katederundervisningen måste väljas bort för att tillgodose elevernas förverkliganden genom konstruktiv aktivitet. Skolan ska inte finnas för att fylla eleverna med kunskap, en liknelse vid korvstoppning. Å ena sidan måste undervisningen, enligt Freinet utgå från det samhälle vi lever i med fokus på den aktiva och kunskapssökande eleven, å andra sidan påpekade Freinet att undervisningen också måste ta sin utgångspunkt i de existerande ordningarna, som ekonomiska begränsningar, skollagar och läroplaner.[[30]](#footnote-30) Några av Freinets huvudteser är, det trevande försöket, verklighets- och erfarenhetsbaserad undervisning samt ett individualiserat arbetssätt.

I boken ”För folkets skola” presenteras även de konstanter som, enligt Freinet, behövs för att kunna bedriva arbetarnas skola. Konstanterna består i trettio regler som ifall de inte åtföljs leder till besvikelse och missöden i undervisningen.[[31]](#footnote-31) Nedan presenteras de konstanter som i förhållande till min undersökning är relevanta. Alla konstanter är viktiga í Freinets pedagogik men de som jag valt att fokusera på är de som jag, i förhållande till mina intressen och det jag ämnade undersöka, åtog som intervjuunderlag. Konstanterna finns i sin helhet i bilaga 2.

**Konstant nummer 8**

”Var och en tycker om att välja sitt arbete själv, även om valet inte ger ett fördelaktigt resultat.” *[[32]](#footnote-32)*

Ingen, varken vuxen eller elev, vill utföra ett arbete som känns meningslöst eller som känns påtvingat.. Fylleriövningar och färdighetsträning utan syfte leder inte till en fördjupad kunskap. Alla elever borde få arbeta på sin nivå med sådana uppgifter som är anpassade efter elevens behov. Det som eleverna behöver träna borde vara den primära utgångspunkten i planeringen och genomförandet av undervisningen.

**Konstant nummer 11**

”Det normala sättet att förvärva kunskaper är inte genom iakttagelse, förklaring och demonstration, som är det vanliga i skolan, utan genom trevande försök, vilket är ett naturligt och universellt tillvägagångssätt.*[[33]](#footnote-33)*

När kunskaper skall förankras räcker inte förklaringar och demonstration. Om man stannar där blir det en ytlig och formell inlärning, vilken inte förankras hos eleven. För att en förankring av kunskapen ska ske måste fäste i elevens liv och miljö antas. Djupare bildning kräver experimenterade arbetssätt.

**Konstant nummer 13**

”Man får inte kunskaper genom att studera regler och lagar, som man på sina håll tror, utan genom erfarenhet. Om man börjar med att studera regler och lagar i modersmål, i konsten, i matematik och naturkunskap, så har man spänt vagnen framför hästen.”*[[34]](#footnote-34)*

Lagar och regler förankras genom upplevda erfarenheten. Om inte, är det bara formler utan värde. Undervisningen får inte baseras på det klassiska förhållningssättet ”lärare-till-elev”. Experimenterade undervisningssätt är det optimala, man blir smed genom att smida inte genom att höra hur det går till från en smed.

**Konstant nummer 16**

”Barnet tycker inte om att höra föreläsningar från katedern.”*[[35]](#footnote-35)*

Ingen, varken vuxna eller barn vill lyssna på sådant som de inte bett om. Det är lärarens uppgift att organisera arbetet så eleverna själva kan komma fram till vad de vill arbeta med. Genom en presentation av några olika arbetsområden kommer eleverna handla på egen hand och motivationen till att utforska och experimentera kommer i och med detta. Elevernas motivation till att ta till sig kunskap bygger då på eget intresse och är inte påtvingat från lärarens sida.

## Alternativa arbetssätt inom matematikundersvisningen

Eva Riesbeck presenterar i sin avhandling ”*Interaktion och problemlösning. Att kommunicera om och med matematik*”, resultaten från två undersökningar. Hon framskriver att undervisningen som observerades i undersökningen ofta bestod av att eleverna presenterades en metod som de sedan fick öva på för att nå färdighet inom respektive området.[[36]](#footnote-36) Lärarna i undersökningen framhöll att de ofta använder sig av ett ”undersökande arbetssätt” för att i enlighet med läro- och kursplaner uppnå målen för respektive matematiska område. Men detta ”undersökande arbetssätt” visade sig endast i form att eleverna fick klistra och klippa, övningar som för det mesta var centrerad till de geometriska figurerna.[[37]](#footnote-37) Lärarnas direktiv består inom detta ”alternativa arbetssätt” ofta av, göra, rita, mäta, klippa, dra, skriva, räkna och färglägga. Fokusen ligger då på det konkreta material som tilldelats eleven för den aktuella uppgiften.[[38]](#footnote-38) Redan 1990 talades det mycket om att ”prata matematik” var viktigt för elevernas utveckling[[39]](#footnote-39) men ännu har detta förhållningssätt inte fått slagkraft i matematikundervisningen. I och med de nya, mer tolkningsbara läroplanerna måste lärare av idag tänka om angående undervisningens upplägg. Lärare och elever har mer att säga till om än vad de tidigare haft. Möjligheter finns att påverka undervisningen till att innehålla mer laborativ och kommunikativ matematik[[40]](#footnote-40) Vad innebär då ett kommunikativt respektive laborativt arbetssätt? Nedan följer en redogörelse beträffande lite av den tidigare forskning inom respektive område, med uppgifter om varför kommunikativ och laborativ matematik borde få ta en större del av matematikundervisningen och hur detta kan verkställas.

### Kommunikativ matematik

Kommunikativ matematik är en kollektiv aktivitet av första ordningen vilket innebär att de som medverkar i ett vardagligt samtal försöker fastställa allt som har sagt och att detta i sin tur blivit förstått.[[41]](#footnote-41) En kommunikativ matematikundervisning kännetecknas av att elevernas arbete går ut på att hitta en metod för att lösa matematiska uppgifter och sedan lära sig att argumentera för denna inför kamraterna.[[42]](#footnote-42) Ett kommunikativt arbetssätt stärker elevernas språkutveckling och utvecklar det matematiska tänkandet. Eleverna får sätta ord på sina tankar vilket leder till att det också är dessa tankar som blir till underlag för undervisningsinnehållet.[[43]](#footnote-43) Att sätta ord på sina tankar kräver en enorm koncentration, resonemanget med sig själv eller andra och formulerandet av sina tankar kan leda fram till svaret man söker.[[44]](#footnote-44) Resonerandet av lösningar av olika slag leder ofta till att eleverna utvecklas att på egen hand bedöma slutsatser och lösningar. Vidare kan den uppmärksamme läraren reda ut eventuella feltolkningar och missförstånd som kan uppstå i resonemanget och kommunikationen.[[45]](#footnote-45) Ledord i ett kommunikativt arbetssätt är bevisa, redogör, prata, diskutera, berätta, fundera och jämför. Dessa uppmaningsord signalerar till eleverna att de ska reflektera och argumentera för det den gör och kommit fram till.[[46]](#footnote-46)

För att lyckas med en kommunikativ matematik måste vissa aspekter tas i beaktning som t.ex. ett aktivt elevengagemang och ett respekterande klassklimat, i vilket det är okej att fritt säga vad man tycker och tänker. Lärarens uppgift blir således att stödja och uppmuntra de tysta eleverna för att de, såväl som de mer muntligt aktiva eleverna, skall utvecklas genom kommunikationen. Men ett kommunikativt arbetssätt förutsätter inte endast att eleverna skall prata matematik utan de måste också ha förmågan att lyssna. För att ett samtal skall kunna ske måste eleverna lära sig att lyssna till vad andra säger och tolka rimligheten i olika alternativa lösningar.[[47]](#footnote-47) Kommunikativ matematik är viktig för att det är i samspel med andra som kunskap uppstår, ett samspel i vilka elevens tankar måste få komma till uttryck genom språket.

### Laborativ matematik

Det enskilda barnet ska sättas i fokus med en undervisning som utgår från elevens aktiva och naturliga utforskande, inte genom pedagogens påverkan.[[48]](#footnote-48) Vidare måste pedagogen arbeta för att bevara elevens intresse och motivation till matematiken genom att uppmuntra elevernas lust att lära genom utmaningar och undersökande förhållningssätt.[[49]](#footnote-49)

Rystedt och Trygg[[50]](#footnote-50) menar att laborativ matematik syftar till att ge eleverna förutsättningar att koppla det abstrakta till den egna erfarenheten, det upptäckta. Det eleven själv utfört genom prövande är lättare att relatera till när kunskapen ska fördjupas och förankras. Det laborativa arbetssättet skulle kunna ses som en bro mellan det konkreta och det abstrakta.[[51]](#footnote-51) Genom att anta ett laborativt förhållningssätt i undervisningen i matematik är eleven aktiv i sin handling, samt aktiv i flera sinnen. Genom att aktivt använda flera sinnen och varierade uttrycksformer kan eleverna, enligt Bergius och Emanuelsson, utveckla en kreativitet och förståelse för matematiska strukturer.[[52]](#footnote-52) Lärande i matematiken är en process med målet att förstå abstrakta strukturer och relationer. För att nå dit krävs det att vi anknyter till elevernas verklighetsvärld och arbetar laborativt. Eleverna kan då genom konkretiserande av kunskapen ”lära sig att tänka matematiskt”.[[53]](#footnote-53) Laborativ matematik kan visa sig i olika skepnader, eleven får klämma, känna, upptäcka, pröva, jämföra, manipulera, experimentera. Till sin hjälp i dessa undersökande experiment ska laborativt material erbjudas för att ge eleverna möjligheter till sensorisk, motorisk och intellektuell utveckling.[[54]](#footnote-54)

“Experiential education is based on the idea that active involvement enhances students' learning. Applying this idea to mathematics is difficult, in part, because mathematics is so "abstract." One practical route for bringing experience to bear on students mathematical understanding, however, is the use of manipulatives.” [[55]](#footnote-55)

Citatet ovan kommer från Hartshorn och Boren, vilka i sin artikel belyser vikten av användning av laborativa material. De menar att ett aktivt elevengagemang ska antas och laborativt material ska användas för att hjälpa eleverna till djupare kunskap, då matematiken i sig är ett abstrakt ämne. Att anta ett laborativt förhållningssätt inom matematikundervisningen kan bidra till att eleverna samarbetar och hjälper varandra. Goldsby påvisar även att laborativ matematik ofta ges som ett komplement till den ordinarie undervisningen i form av belöning då eleverna varit ”duktiga” eller då samtliga uppgifter i matematikboken är färdiga.[[56]](#footnote-56) Dock menar såväl Goldsby som Rystedt och Trygg att det laborativa materialet i sig inte skapar förutsättningar för elevernas utveckling utan det är en starkt pedagogisk struktur med ett laborativt arbetssätt som förbättrar resultaten i matematik.[[57]](#footnote-57)

## Dewey

John Dewey (1859-1952) intresserade sig för den enskilda elevens fria utveckling. Dewey menade att det inaktuella ämnesstoffet var tvunget att läggas åt sidan för det eleverna verkligen behövde kunna, sådant de kunde stöta på i samhället, i deras verklighet. Dewey ansåg att ”Skolan måste föras närmare det samhälle vars syften den ska tjäna. Skolan är samhällets styrinstrument både när det gäller elevernas egen utveckling och samhällets framtid.”[[58]](#footnote-58) I Individ, skola och samhälle[[59]](#footnote-59) finns ett urval artiklar skrivna av Dewey presenterade. Två av dessa sammanfattar hans definition om vad skola och utbildning innebär, han menade att skolan är en social konstruktion och utbildningen syftar till att ge eleven redskap för att kunna foga över sig själv. Detta kan eleverna uppnå, menar Dewey, genom ett aktivt användande av ögon, öron och händer.[[60]](#footnote-60) Ann Pihlgren, föregående rektor för en av Freinetskolorna i Stockholm, skrev en artikel om bland annat likheter mellan Dewey och Freinet i vilken hon beskrivit begreppet intelligent action. ” "Intelligent action" var målet för hans filosofi, d.v.s. att analysera omvärlden och pröva tänkbara lösningar och därefter gärna omforma hållbara idéer till handling.”[[61]](#footnote-61) Dewey menade att allt som finns i samhället är eller kan göras till föremål för reflektion, där man inte bara formulerar och kommer fram till att ett problem finns utan också provar sig fram till olika lösningar, gärna genom handling.[[62]](#footnote-62) Eleverna skall alltså upptäcka och utvecklas genom att aktivt söka kunskap i förhållande till sin omvärld, allt i relation till det de behöver för att kunna lösa problematiska situationer som kan uppstå i samhället och i deras upplevelsevärld. Learning by doing är ett begrepp som ofta förknippas med Dewey. Han menade att människan är aktiv gentemot sin omvärld och att ”utvecklingen är en arbetsuppgift för människan”[[63]](#footnote-63) vilket innebär att eleven måste ges möjlighet att aktivt pröva och experimentera. Dewey menar att läroboken som utgångspunkt i undervisningen är som att börja från fel ände. Upplevelsen och upptäckelsen skall ligga till grund för undervisningen, en eventuell lärobok kan ses som ett komplement till de elevernas upplevda erfarenheter då läromedlen är en ”återspegling och tolkning” av en specifik persons socialt upplevda erfarenheter.[[64]](#footnote-64)

## Vygotskij

Lev Vygotskij (1896 – 1934) representerar det sociokulturella lärandet, där samspelet mellan elev, lärare och miljö står i fokus. Vygotskij menade att barnet aktivt bygger upp sin kunskap om omvärlden i ett socialt och kulturellt sammanhang där varje situation är avgörande för hur barnet kommer att utvecklas. Vygotskij ansåg att utveckling är ett resultat av sociala interaktioner mellan olika individer.[[65]](#footnote-65) Språket spelade en central roll i Vygotskijs sociokulturella teori då han menade att språket möjliggör ett deltagande i det sociala samspelet mellan individer och grupper. Genom samtal med andra, men även genom inre dialoger med sig själv, skapar barnet en förmåga att resonera med sig själv, varpå utveckling av tänkandet sker. Således kan man inte dela på språket och tanken utan dessa två element måste ses som en helhet, som två poler vilka samverkar med varandra.[[66]](#footnote-66) Språkets primära uppgift är enligt Vygotskij den kommunikativa funktionen där språket i främsta rummet är ett medel för social samvaro, för uttalanden och förståelse.[[67]](#footnote-67) En av teserna i Vygotskijs teori är utvecklingszonerna, dels den zon eleven befinner sig i, men också den zon han/hon är kapabel att uppnå med en mer kunnande persons hjälp. Den aktuella zonen beskrivs som den nivå eleven befinner sig i, i denna zon är uppgifterna sådana som eleven klarar själv och finner lösningarna till på egen hand. Men genom att införa lite svårare uppgifter och ge eleverna verktyg för hur de kan klara dessa uppgifter kan de nå den närmaste tröskeln och övergå till den proximala utvecklingszonen, i vilken utveckling kan ske.[[68]](#footnote-68) Vygotskij menar att en inlärning genom dressyr är meningslös då inlärningsprocessen inte medvetandegörs, utan all kunskap då lärs in genom utantillövningar och upprepningar utan mening. Däremot menar Vygotskij att en inlärning kan ske genom imitation, eleven kan genom samarbete med andra utvecklas till sin nästa nivå ”Med andra ord är det så att det som barnet idag kan göra i samarbete kommer det imorgon kunna göra självständigt.”[[69]](#footnote-69) Vygotskijs syn på läraren är att denna skall fungera som en handledare. Hon eller han skall förse eleverna med de rätta redskapen, för att på så sätt leda eleven till utveckling.[[70]](#footnote-70) Redskapen kan bestå i såväl fysiska (miniräknare, material, pengar, kulram m.m.) som språkliga, förmedlingen av redskapen sker genom överföring från lärare till elev. Vygotskij menade att lärande leder till utveckling och att kunskap uppstår i det sociala samspelet mellan människor. Det är också upp till läraren att planera för och genomföra en strukturerad undervisning.[[71]](#footnote-71)

# Metod

Nedan följer en redogörelse för de metoder som brukats under arbetets gång. Först presenteras de skolor som varit med i undersökningen sedan redogörs det för de tillvägagångssätt som varit aktuella under insamlandet av material. Avslutningsvis redovisas undersökningens validitet, reliabilitet samt de forskningsetiska reglerna som tagits i beaktning under arbetets gång.

## Urval

### Insamling av material

För att samla in material till arbetet har observationer och intervjuer genomförts. Observationerna genomfördes i tre olika skolor i Stockholmsområdet, i ett flertal olika klasser med elever i olika åldrar. En representativ lärare från varje skola intervjuades för att förstärka de utförda observationerna. Skolorna valdes för att de bedriver freinetpedagogik, vilket är relevant för min undersökning. Lärarna som intervjuades på respektive skola valdes ut av de verksamma rektorerna, dessa lärare var representanter med många års erfarenhet inom såväl Freinetpedagogiken som matematikundervisning. En fjärde skola skulle ha medverkat i undersökningen men på grund av en matematiklärares sjukskrivning samt omorganisation på skolan räknas denna skola som ett bortfall.

### **Etiska aspekter**

Genomgående under insamlandet av material har hänsyn till vetenskapsrådets forskningsetiska principer[[72]](#footnote-72) tagits, reglerna har åtföljts genom att personerna i studien informerats om hur materialet kommer att användas (dvs. enbart i utbildningssyfte). Vidare åtföljs principerna genom att samtliga lärare som intervjuats kommer att anonymiseras i texten. Kontrakt mellan mig och personerna ifråga har upprättats och skrivits under.

De forskningsetiska principerna[[73]](#footnote-73) är indelade i fyra huvudområden, informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet.

*Informationskravet*: beskriver vad som ska tas i åtanke gällande villkor och deltagandeinformation för den som medverkar i undersökningen. Informationen som delges skall innehålla uppgifter som frivilligt deltagande, projektansvariges namn och kontaktuppgifter samt undersökningens syfte. De deltagande skall dessutom delges att uppgifterna som framkommer endast kommer att användas i utbildningssyfte.

*Samtyckeskravet*: innebär att deltagarna i en undersökning bestämmer över sin egen medverkan. Samtycke till medverkan skall alltid ges av de deltagande. Om elever under 15 års ålder medverkar skall föräldrarna informeras om projektet och samtycke skall ges från dem. Samtyckeskravet syftar även till att personerna som medverkar själva kan avgöra hur länge och på vilka villkor de ska medverka i undersökningen. Eventuella avhopp skall kunna ske utan vidare konsekvenser för den som deltar.

*Konfidentialitetskrave*t: behandlar frågan om sekretessbelagda uppgifter. De uppgifter som framkommer i samband undersökningen skall med förvaras med största försiktighet på en plats där obehöriga inte kan ta del av dem. En förbindelse om tystnadsplikt bör undertecknas.

*Nyttjandekravet*: innefattar att all information som framkommer, om den enskilda personen, under undersökningen får endast användas till forskningsändamålet. Uppgifterna får under inga omständigheter lämnas ut.

## Insamlingsmetoder

Insamlandet av material skedde genom deltagande observationer och intervjuer. Intervjuerna var av semi-strukturerad karaktär vilket innebär, en öppnare intervju med chans att ändra frågorna allt efter som intervjun fortlöper.[[74]](#footnote-74) Frågorna som ställdes under intervjun behandlade lärarens förhållande till elevers lärande, ansvar och inflytande, beträffande undervisningen i matematikämnet. Vidare behandlade frågorna Freinets konstanter och hur lärarna arbetar för att tillgodose dem, bland annat hur genomgångar genomförs i matematikundervisningen. Avslutningsvis ställdes frågor om föräldrarnas ställningstagande till pedagogiken och hur lärarna tillgodoser de elever som uppvisar svårigheter i matematikämnet. Frågorna finns i sin helhet i bilaga 1.

## Procedur

### Observationer

För att samla in material till arbetet användes observation av andra ordningen vilket innebär en fortlöpande iakttagelse av den verksamhet observatören är en del av. Den pedagogiska uppgiften och observationen utförs samtidigt varpå observationen inte blir den primära uppgiften.[[75]](#footnote-75) En risk med detta är att observatörens uppmärksamhet kan splittras genom att inte fullt ut fokusera på sin uppgift som observatör. Fangen[[76]](#footnote-76) menar dock att observation av deltagande karaktär är en av de mest kvalitativa metoderna då du som deltagande observatör kan inleda samtal med deltagarna i situationen och synliggöra deras perspektiv på det du observerat. Vidare menar Fangen att en deltagande observation är att föredra då det kombinerar två handlingar, observatören involveras i samspelet mellan eleverna samtidigt som hon/han kan iaktta hur elever beter sig i specifika situationer (min översättning). Observationerna genomfördes i de befintliga klassrummen. Under observationerna var utgångspunkten i min uppgift som observatör att vara som en av eleverna. Jag ville se det dem såg. Jag satte mig därför bredvid en elev på en för närvarandet ledig plats. Innan lektionen och genomgången startade presenterade jag mig och mitt ärende på skolan. Eleverna delgavs att jag var där i utbildningssyfte och att den primära uppgiften var att observera hur matematikundervisningen gick till. Efter avslutad genomgång cirkulerade jag i klassrummet och antecknade allt av värde. För att förstärka intrycket av de observerade lektionerna fotograferades det pedagogiska material som fanns att tillgå för matematikundervisning.

### Intervjuer

För att förstärka de observationer som genomförts intervjuades en representativ lärare från varje skola. Som intervjuunderlag användes en semi-strukturerad intervju. Syftet med en semi-strukturerad intervju var att få en förståelse för hur lärarna på dessa skolor arbetar med matematik och vilka punkter som tas i beaktning i planerandet och genomförandet av lektionerna och hur samverkan mellan Freinets konstanter och läroplan/kursplaner ter sig. En semi-strukturerad intervju kännetecknas av att intervjuaren har ett i förväg i hopsatt frågeschema, där frågornas ordningsföljd med lätthet kan ändras. Till skillnad från en strukturerad intervju, innehåller en semi-strukturerad intervju mer allmänt formulerade frågor med utrymme för intervjuaren att ställa följdfrågor.[[77]](#footnote-77) Under intervjun, som genomfördes i ett mindre ostört rum, fördes anteckningar. Valet av avsaknad bandspelare grundar sig i att en inspelning kan kännas obehaglig vilket kan hämma den intervjuade. Vissa människor föredrar också att successivt under intervjun föra anteckningar med kompletterande anteckningar efter avslutade intervju.[[78]](#footnote-78) Anteckningarna kan även vara bra för den som intervjuar för att kunna sammanfatta det den intervjuade precis sagt – en så kallad spegling. Sammanfattningen kan reda ut eventuella missförstånd och den kan även bidra till en vidareutveckling av det som precis sagts då en naturlig paus uppstår i samband med antecknandet. [[79]](#footnote-79) De intervjuade lärarna kontaktades och meddelades i god tid innan att en intervju skulle genomföras, och en utsatt tid för denna intervju fanns att tillgå. Efter transkribering och sammanställning av det material som framkom under intervjuerna har samtliga lärare kontaktats och godkänt urskriften av intervjun.

## Databearbetning

### Intervjuer

Samtliga intervjuer sammanfattades efter respektive intervjutillfälle. De anteckningar som skrivits under intervjun bearbetades och kompletterades. Vidare renskrevs anteckningarna och skickades för granskning till de lärare som medverkat. Samtliga lärare fick godkänna sammanfattningarna som gjorts för att säkerställa att inga egna tolkningar av det som framkommit under intervjun gjorts.

### Observationer

De observationer som genomfördes sammanfattades för att en lättare överskådning av det som framkommit skulle vara möjlig. Likheter och skillnader mellan de medverkande skolorna dokumenterades.

### Validitet och reliabilitet

Validitet, som på latin betyder styrka, anger om undersökningen fokuserat på det den avser. En god validitet innebär att forskaren i hög grad fokuserat på det han eller hon ämnat undersöka. Hög reliabilitet, termen härstammar från engelskan reliability, innebär att undersökningsmetoderna är tillförlitliga. Noggrannhet och säkerhet i den använda metoden, med ett resultat som inte är slumpmässigt, innebär hög reliabilitet.[[80]](#footnote-80) I slutändan kan det diskuteras i vilken grad validitet och reliabilitet tagits i beaktning i detta arbete. Man bör alltid sträva efter hög validitet och reliabilitet.

#### Validitet och reliabilitet för de genomförda intervjuerna

Samtliga intervjuer har genomförts av samma intervjuare med samma frågor som utgångspunkt. Eftersom de som intervjuades valts ut av skolans rektorer som representanter för respektive skola bör resultatet av intervjuerna inneha hög reliabilitet. De lärare som medverkade i intervjuerna svarade också i det närmaste med samma svar vilket också tenderar till att tillförlitligheten i svaren är av hög kvalitet. Reliabiliteten menas vara hög då en undersökning kan göras om vid ett flertal gånger med samma uppvisade resultat.[[81]](#footnote-81) En reproduktion av testen skulle alltså visa samma resultat. Intervjuerna transkriberades och godkändes av samtliga lärare som medverkat vilket också ökar tillförlitligheten då svaren inte kan ha tolkats och förvrängts utifrån den intervjuades egna synsätt. En något negativ aspekt som kan ha tänka sänka reliabiliteten i denna undersökning är att ingen mikrofon användes. Däremot vägdes detta upp med anteckningar, vidare sammanfattningar och godkännande av intervjuerna.

#### Validitet och reliabilitet för de genomförda observationerna

Observationerna som genomfördes var centrerade endast till matematikundervisningen då detta var vad jag avsåg att undersöka. Inga andra variabler än dessa lektioner togs i beaktning som grundläggande fakta för arbetet. Detta medför en hög validitet då all fokus låg på lektionernas upplägg och genomförande. Observationerna genomfördes även på tre av de sju grundskolor som riktar in sig på Freinetpedagogiken i Sverige. Detta innebär att närmare femtio procent av skolorna observerades, vilket borde innebära en hög reliabilitet för de uppgifter som kom att vara gemensamt för de skolorna som observerats. Sammanlagt observerades fjorton lektioner med 7 olika lärare. Men då undervisningens utgångspunkt är densamma för de tre skolorna skilde sig inte upplägget under lektionerna sig åt väsentligt. En nackdel med att genomföra observationer kan vara att det är olika omständigheter i klassrummet som gör att utfallet på observationerna skiljer sig åt. Men eftersom många lektioner observerades anser jag att reliabiliteten är tillräckligt hög. Observatörens uppmärksamhet kan också splittras och variera beroende på sinnesstämning och dagsform då man tittar på undervisning, viktiga saker kan hända medan man är i en annan del av klassrummet. Detta kan bidra till en lägre reliabilitet.

# Resultat

Undersökningen har gjorts på tre olika skolor, nedan presenteras resultaten från samtliga skolor som en helhet, då stora likheter mellan skolorna framkom. Inledningsvis kommer de genomförda observationerna presenteras för att ge en inblick av matematiklektionerna i verksamheterna som medverkat i studien. Vidare presenteras intervjufrågorna och dess svar. Allt material som framkom under de intervjuer och observationer som genomfördes kommer dock inte lyftas fram. För att få ett så brett underlag som möjligt i insamlandet av material ställdes frågor knutna till flera områden, frågor vilka sedan inte visade sig relevanta för det slutgiltiga resultatet. De frågor som valts att behandlas och analyseras presenteras nedan. Avslutningsvis presenteras en jämförelse av den information som framkommit genom såväl observationerna som intervjuerna som genomförts.

## Observationer

Det tre skolorna visade stora likheter i såväl utformning, planering och genomförande av matematikundervisningen. Tematiskt arbetssätt och laborativ matematik med utgångspunkt utanför matematikboken var vanligt på de observerade skolorna. Matematikboken som utgångspunkt användes endast vid två av sammanlagt fjorton observerade lektioner. Dock fanns matematikböcker i vissa av klassrummen för att eleverna skulle kunna arbeta med uppgifter som de behövde träna på. Eleverna tränade på det som behövdes, så kallad färdighetsträning, varpå en individualiserad undervisning utmärkte sig. Eleverna arbetade med uppgifter efter eget behov. Eleverna kunde, med handledning från läraren, planera för och genomföra de uppgifter de ansåg sig behöva. Observationerna visade även att undervisningen byggde på ett aktivt lärande med elevernas verklighetsvärld som utgångspunkt. Eleverna fick använda olika hjälpmedel för att nå kunskap, såväl kroppen som laborativt material. T.ex. användes ramsor med tillhörande kroppsrörelser, ”mattepluppar”, konkret material och datorprogram som undervisningsunderlag. I klassrummen fanns det gott om laborativt material tillgängligt för eleverna. Dessa laborativa hjälpmedel låg till grund för många av lektionerna för såväl lärare som elev. Ledord som ”upptäcka” ”undersöka” och ”experimentera” hördes flera gånger från lärarna under lektionerna. Samtliga lärare arbetade även med den kommunikativa delen i matematiken. Sokratiska samtal, ”prata matematik” och analyserande av elevernas egna upptäckter var några av de arbetssätt som visade sig under observationerna. De flesta av lektionerna som observerades var upplagda så att eleverna fick experimentera sig fram till upptäckter och vidare diskutera ståndpunkter och kommunicera om det upptäckta. Eleverna fick ofta arbeta i par eller i grupp med matematikövningarna på lektionerna. Frågor, angående det upptäckta, slutsatser som framkommit och vad eleverna lärt sig, ställdes av läraren och besvarades av eleverna. Denna konversation skedde oftast i helklass som en avslutande aktivitet av lektionen. Ibland verkade dock dessa samtal, ledda av läraren, men förd av eleverna, smått styrda, det verkade som att läraren ville få diskussionen åt ett specifikt håll. Målet med lektionen verkade förbestämd och läraren hoppade in i diskussionen när den inte gick i den riktning som läraren ville.

## Intervjuer

De frågor som var relevanta för undersökningen presenteras nedan. Frågorna presenteras var och en för sig med svaren i direkt anslutning till respektive fråga. Många av Freinet konstanter påminner om och går in i varandra. De konstanter som varit aktuella och lyfts fram i studien grundar sig dels i mina tidigare erfarenheter men också i vad som framkom under observationerna som genomfördes. De tre intervjuerna har slagits samman då svaren från de olika lärarna liknade varandra i de flesta avseenden. Om något i svaren skiljer de olika lärarna åt framgår det i texten nedan.

***Hur arbetar Du/Ni med läroplan och kursplaner i ämnet matematik?***

Intervjuerna gav en bred redogörelse angående hur lärarna såg på elevernas kunskapsinhämtande och hur undervisningen borde bedrivas med utgångspunkt i läroplan och kursplan. Inför varje nytt moment eller temaarbete utgår lärarna från de uppnåendemål som står i läro- och kursplanen för matematik. Dessa mål bryts ner till elevernas nivå och tilldelas sedan eleverna. Tillsammans kommer sedan elever och lärare fram till hur dessa mål skall uppnås. Elevernas önskemål väger lika tungt som lärarnas. Under varje projekt får eleverna ett eget ansvar för att ta del av planeringen och synliggöra sin egen prestation. LPP används på två av de tre skolorna, LPP står för ”lokal pedagogisk planering” vilka används för underlag till elevernas utvecklingssamtal som de själva leder. LPP:n skrivs på ett begripligt språk för att såväl föräldrar som elever skall kunna ta del av den och förstå innehållet. En av skolorna skiljer sig från de andra två då de för tillfället inte har en LPP men arbetar på en ungefär liknande vis då de nedbrutna uppnåendemålen presenteras för såväl elever som föräldrar under utvecklingssamtalen i början av varje termin.

***Hur ser Du/Ni på barns lärande?***

Beträffande elevernas lärande tycker samtliga lärare att elevens motivation, vilja, lust till lärande och kreativitet måste framhävas. Lärarens uppgift blir således att leda eleven rätt och skapa ett klimat i klassrummet för att främja lärandet. Läraren skall hjälpa eleven till utveckling. Det är lärarens uppgift att hjälp eleven till självhjälp. Alla elever skall ha en chans att nå den proximala utvecklingszonen och därmed nå utveckling. Det är otroligt viktigt att läraren är kompentent i sin lärarroll då alla elever är olika och behöver olika hjälp. Läraren måste våga gå utanför ramarna och värdera varje situation i sin unikhet och vidta åtgärder därefter. Undervisningen som bedrivs måste komma från lärarens hjärta och viljan till att lyckas med undervisningen skall finnas hos såväl elev som lärare. Alla elever vill lyckas, det är upp till läraren att tro på eleven så att denna kan lyckas i skolan och nå utveckling. En av lärarna menade också att lärandet är livslångt och att eleven alltid kan utvecklas vidare. Elevernas egna planeringar som genomförs och gäller under en tvåveckorsperiod sammanställs i samspel mellan lärare och elev. När planeringen är klar för denna tvåveckorsperiod ska eleven arbeta vidare med extrauppgifter eller annat arbete för att nå vidare utveckling.

***Freinets konstant nummer sju säger att ”var och en tycker om att välja sitt arbete själv, även om valet inte ger ett fördelaktigt resultat.” Hur implementerar ni detta i er matematikundervisning?***

Lärarna uppmuntrar eleverna till eget initiativ och egna tankar kring de mål som ska uppnås. Lärarna finns för att hjälpa eleverna att nå insikt i vad som kan fördjupas och arbetas vidare på. Många elever som tycker att de är färdiga med en uppgift behöver bara pushas lite extra och få diskutera sig fram till vidare utveckling av uppgiften. Uppgifter som ligger under elevernas nivå brukar trissas upp när läraren ifrågasätter elevens motiv. Lärarens uppgift blir således att i diskussion med eleven redogöra för uppgiften i förhållande till uppnåendemålen. Läraren skall vara där för att handleda eleverna och se till att de når de mål som finns utsatta för respektive arbetsområde. Vägen dit är dock bättre att eleverna får vara med och påverka. Det är vikigt att finna balansen mellan elevernas motivation till lärande och uppgifter som leder till utveckling och fördjupad kunskap. Elever som gör ofördelaktiga val i sin tvåveckorsplanering upptäcker ofta i slutet av planeringsstadiet sitt misstag, då de mål som inte uppnåtts måste uppnås genom hemläxor.

”Vi ska i vår utbildning till eleverna uppfostra ”samhällsmedborgare” och genom att låta eleverna göra sina egna val, även då de inte alltid är berättigade, så inser eleverna sina misstag Om eleven inte är klar med sina uppgifter efter respektive planeringsperiod måste de ”jobba ikapp” hemma i form av läxor.” – lärare skola två.

***Konstant nummer sexton uttrycker att ”barnet tycker inte om att höra föreläsningar från katedern”. Hur utför ni genomgångar i er matematikundervisning?***

Beträffande katederundervisning var det ingen av lärarna som använde sig av ett sådant arbetssätt. De genomförde sina genomgångar i ett kommunikativt samspel mellan lärare och elev. Genomgångarna genomfördes antingen i helklass på klassrummets matta eller i mindre grupper. Även då katederundervisning inte antogs och lärarna försökte ta avstånd från predikan och föreläsningar så menar läraren på skola två att eleverna ibland behöver få fakta berättade för sig för att sedan förankra kunskapen och göra den till sin egen, vissa elever lär sig till och med bättre genom att lyssna till sig kunskap. Men då krävs det att genomgångarna stärks med tillhörande övningsuppgifter så eleverna kan befästa kunskapen. Skola nummer ett har inga läroböcker utan all undervisning sker genom genomgångar med tillhörande stenciler och arbetsuppgifter.”Whiteboard” ett ypperligt hjälpmedel som används flitigt av två av skolorna. Då genomgångarna hålls via whiteboard genomförs undervisningen i kommunikation mellan lärare och elev, det sker inga predikningar från lärarens sida.

## Jämförelse mellan observationer och intervjuer

Det som observerades stärktes genom de intervjuer som sedan genomfördes. Då observationerna genomfördes innan intervjuerna kunde det lärarna sa i intervjuerna jämföras med det upplevda intrycket från lektionerna. Det som setts under observationerna stämde väl överens med det lärarna framställde under intervjuerna. Den information som framkom under intervjuerna stärktes sedan ytterligare genom att lärarna visade delar av det material som fanns att tillgå, som t.ex. laborativa hjälpmedel, skolans lokal pedagogiska planering, avsaknaden av läroböcker och elevernas utarbetade alster. Vidare kunde slutsatser om verksamheternas rådande undervisningsstrategier och utgångspunkter för elevernas lärande säkerställas. Lärarna hävdade att de arbetade utifrån ett kommunikativt och laborativt arbetssätt vilket också visades på de flesta av de observerade lektionerna. Det uppmärksammades dock via observationer att den kommunikativa matematikundervisningen ibland kunde vara lite styrd, det verkade som att läraren redan hade ett förutbestämt mål med lektionen vilket skulle uppnås genom att eleverna skulle ”ta den rätta vägen”.

# Analys

Nedan följer en analysering av de resultat som presenterats ovan. Resultatet kommer att analyseras och knytas till såväl frågeställningar som tidigare forskning. Genom att analysera det som framkommit i undersökningen och underbygga det med delar av redan befintlig forskning kommer laborativ och kommunikativ matematik som utgångspunkt i matematikundervisningen att stärkas. Det framgår tydligt att samtliga skolor som medverkat i undersökningen använder flera alternativa arbetssätt i matematikundervisningen, i jämförelse med hur matematikundervisning, enligt den internationella undersökningen TIMSS[[82]](#footnote-82), vanligtvis bedrivs. Undervisningen bestod på så gott som samtliga lektioner av ett laborativt och kommunikativt arbetssätt. Avslutningsvis i analysavsnittet kommer det redogöras för och analyseras hur skolorna arbetar med uppnående- och strävansmål i kursplaner och läroplan samt hur arbetet med Freinets konstanter tar sig form. För att förstärka det lärarna sagt i intervjuerna kommer citat presenteras i analysen. Allt *kursiverat* i texten nedan är exempel hämtade från studiens observationer. Exempel från intervju följs av den lärare som citatet kommer från. Lärarna benämns i texten nedan som lärare ett, två och tre.

## Laborativ matematik

**Klämma, känna, upptäcka, pröva, jämföra, manipulera och experimentera.**

”Det normala sättet att förvärva kunskaper är inte genom iakttagelse, förklaring och demonstration, som är det vanliga i skolan, utan genom trevande försök, vilket är ett naturligt och universellt tillvägagångssätt”.[[83]](#footnote-83)

Freinets konstant sammanfattar hur undervisningen bör utgå från elevernas naturliga upptäckarförmåga. Undervisningen ska inte bestå av en föreläsande lärare. Vidare förklarar konstant nummer tretton vikten av erfarenhetsbaserad undervisning.

”Man får inte kunskaper genom att studera regler och lagar, som man på sina håll tror, utan genom erfarenhet. Om man börjar med att studera regler och lagar i modersmål, i konsten, i matematik och naturkunskap, så har man spänt vagnen framför hästen.”[[84]](#footnote-84)

*Tematiskt arbetssätt och laborativ matematik med utgångspunkt utanför matematikboken var vanligt på de observerade skolorna. Matematikboken användes endast vid två av de sammanlagt fjorton observerade lektionerna. Laborativa hjälpmedel låg till grund för många av lektionerna för såväl lärare som elev. Ledord som ”upptäcka” ”undersöka” och ”experimentera” hördes flera gånger från lärarna under lektionerna.*

Det som främst skiljde de observerade skolorna från den traditionellt läroboksstyrda undervisningen, vilken det redogörs för i de internationella undersökningarna PISA och TIMSS, var att matematikundervisningen bedrevs utifrån ett laborativt arbetssätt. Rystedt och Trygg menar att ett laborativt arbetssätt är att föredra då eleverna aktivt får använda sina sinnen och koppla abstrakta tankar till en redan upplevd erfarenhet.[[85]](#footnote-85) Det laborativa material som presenteras och brukas av eleverna kan fungera som en brygga mellan det konkreta och det abstrakta.[[86]](#footnote-86) Eleverna kan genom en upplevd erfarenhet göra abstrakta kopplingar och lära sig att tänka matematiskt. Genom att låta eleverna upptäcka matematikens värld genom prövande, utvecklas deras tänkande till ett mer abstrakt plan. Observationerna synliggjorde att skolans aktiva lärande med laborativ utgångspunkt inte var ett undantag utan snarare en självklarhet. Uppgifter som både involverade laborativt material och aktiva elever var vanligt förekommande.

*En av lektionerna utfördes i form av att eleverna skulle laborera och experimentera sig fram till olika multiplikationskombinationer och hur man kunde visa dessa genom att lägga ut mosaikbrickor, som läraren kallade för ”mattepluppar”. Kombinationerna fick inte vara högre än summan tolv och skulle bilda en rektangel. Till sin hjälp hade eleverna tolv mosaikbrickor(mattepluppar) som de skulle lägga i olika kombinationer för att sedan rita dessa kombinationer i sina ”mattetänk - böcker”. Böcker som eleverna hade för allt som rörde matematikundervisningen.*

När eleverna får utforska och upptäcka de matematiska strukturerna genom experimenterande kan de dra allmänna slutsatser angående sin nyförvärvade kunskap och hitta egna strategier till lösningar varpå en djupare förståelse till en strategi sker. Dewey[[87]](#footnote-87) menar att eleverna lär sig genom att upptäcka omvärlden och att utforska sådant som ligger i deras natur. Han menar att undervisningen bör utgå från elevernas intressevärld och inte grundas på att utöka elevernas intelligensstoff. Inlärning är enligt Dewey inte en teoretiskt psykologisk process utan ett aktivt bearbetande av omvärlden vi lever i. Under en av lärarintervjuerna diskuterades Freinets kunskapssyn angående elevernas utveckling. Läraren menade att handens arbete väger lika tungt som hjärnans arbete och att handens arbete ligger till grund för förståelsen. Även de andra lärarna som intervjuades vidhöll vikten av att låta eleverna få upptäcka och utforska matematikens värld genom användandet av konkret material.

”Handens arbete är lika viktigt som hjärnans arbete”. – Lärare skola tre.

Dewey förespråkade vikten av att arbeta med händerna, att skapa och göra. ”Learing by doing” är ett välkänt begrepp förknippat med honom. Dewey menar att ett aktivt användande av såväl ögon, öron som händer leder till utveckling.[[88]](#footnote-88) Eleven måste ges möjlighet att experimentera, upptäcka och utforska sin omvärld. Vidare menar Dewey att utforskande aktivitet och utveckling för människan är en arbetsuppgift.[[89]](#footnote-89) Ett annat begrepp som är omdiskuterat i sammanhang med Dewey är intelligens action vilket innebär att eleverna, genom att analysera omvärlden och pröva tänkbara lösningar till problem som kan uppstå, kan finna strategier för tänkbara lösningar och sedan pröva dessa genom handling.[[90]](#footnote-90)

”Eleverna måste få använda flera sinnen. Att klämma, känna och upptäcka är självklart i undervisningen”. – Lärare skola ett.

Ett av målen med övningen med multiplikationskombinationerna, som beskrivits ovan, var att eleverna skulle komma fram till att det finns fler kombinationer som ger samma svar. T.ex. ”tre gånger fyra” ger samma resultat som ”fyra gånger tre” men också att ”sex gånger två” och ”tre gånger fyra” ger summan tolv. Denna typ av övningar kan bidra till att eleverna upptäcker strukturer inom matematiken som inte skulle ha upptäckts då lärarna deduktivt delger eleverna information angående lösningsstrategier. Bergius och Emanuelsson menar att användandet av flera sinnen och arbetet med laborativ matematik i undervisningen är positivt då eleverna utvecklar kreativitet och förståelse för matematiska strukturer.[[91]](#footnote-91) Genom att som pedagog endast presentera matematiska regler och strategier för eleverna kan förståelsen för strategin utebli, varpå eleverna endast lär sig ett sätt att hantera ett problem utan djupare förståelse. Dock anser varken lärarna på Freinetskolorna eller förespråkarna av laborativ matematik att färdighetsträning inte ska bedrivas. Färdighetsträning krävs för att eleverna skall kunna fördjupa och förankra den nyförvärvade kunskap och de matematiska regler som upptäckts.

”Vi har viss färdighetsträning för det eleverna behöver träna vidare på. Då arbetar eleverna med uppgifter anpassade efter deras behov. För dessa extra färdighetsuppgifter har vi en individanpassad undervisning med kompletterande övningar i matematikböcker. Arbetet i böckerna avser att eleverna ska få grepp om det de inte behärskar”. – Lärare skola två.

En balans mellan laborativt arbete och färdighetsträning måste infinnas för att eleverna ska få befästa sina kunskaper. Det är viktigt att färdighetsträningen inte lägg på sådant som eleverna redan kan. Färdighetsträningen ska bestå i sådant som eleven inte redan behärskar. I Lpo 94 finns det att läsa att en balans mellan kreativa och problemlösande aktiviteter, genom vilka elevernas kunskapsinhämtande kring matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer främjas, är viktig för att eleverna ska nå framgång inom ämnet.[[92]](#footnote-92) Vygotskij menar att eleverna kan hjälpas att nå en högre grad av kunnande, då arbetsuppgifterna ligger i den så kallade proximala utvecklingszonen.[[93]](#footnote-93) Genom att lärarna lyssnar till eleverna så kan de möjliggöra vidare utveckling, alltså hjälpa dem från den aktuella zonen vidare till den proximala utvecklingszonen.

”Lärandets är livslångt och eleven kan alltid utvecklas vidare. När planeringen är klar för denna tvåveckorsperiod ska eleven arbeta vidare med extrauppgifter eller annat arbete för att nå vidare utveckling. Extrauppgifter utöver veckans mål skrivs in i planeringen” – Lärare skola 2.

Genom att individanpassa undervisningen och ge uppgifter med en högre svårighetsgrad till de elever som känner sig ”färdiga” kan man hjälpa eleven till vidare utveckling. Då arbetssättet är av experimenterande, utforskande och upptäckande art möjliggörs denna utveckling. Laborativ matematik kan stärkas genom laborativt material. Verktyg kan ges till eleverna för behärskning av de kunskaper de förvärvar. Dessa hjälpmedel är lärarens uppgift att förse eleverna med. Vygotskij talar om artefakter, hjälpmedel för eleverna i deras utvecklingsprocess.[[94]](#footnote-94) Lärarens uppgift blir således att handleda eleverna till djupare kunskaper och förse dem med de hjälpmedel de behöver för att inhämta kunskap. Dessa hjälpmedel kan ta sig form som såväl konkret material som språkliga resurser.[[95]](#footnote-95) I den experimenterande och laborativa matematiken krävs det att läraren implementerar konkret material för eleverna att tillgå. Det konkreta material eleverna fick använda i den observerande undervisningen hjälpte till att möjliggöra eleverna utveckling på olika plan. Rystedt och Trygg menar att alternativa representationer kan ge eleverna möjlighet att utvecklas såväl sensoriskt, motoriskt som intellektuellt.[[96]](#footnote-96) Laborativt material hjälper eleverna att göra matematiken mer konkret då ämnet i sig är väldigt abstrakt.[[97]](#footnote-97)

”Eleven måste få hjälp när den söker hjälp. Alla elever är individer med egna behov med olika arbetsområden som behöver fördjupas. Det är upp till läraren att se alla elever och våga gå utanför ramarna”. För att utveckling ska ske försöker vi utmana eleverna. Ambitionen är att samtliga elever ska befinna sig i den proximala utvecklingszonen. – Lärare skola två.

Eleverna fick använda såväl kroppen som laborativt material som hjälpmedel för att nå kunskap. T.ex. användes ramsor med tillhörande kroppsrörelser, ”mattepluppar”, konkret material och datorprogram som undervisningsunderlag. I klassrummen fanns det gott om laborativt material tillgängligt för eleverna. Då eleverna själva fått utföra en handling kan de lättare relatera till de bakomliggande strukturerna när kunskapen ska fördjupas och förankras.[[98]](#footnote-98) Lärarna på de medverkande skolorna menade även att elevernas motivation och lust att lära skulle vara grunden till undervisning.

”Motivation och elevernas vilja ligger till grund för lärandet. Eleverna måste veta vart de ska, alltså ha ett mål med arbetet”- Lärare skola två.

Bergius och Emanuelsson belyser vikten av att utgå från elevernas motivation och intresse till matematiken.[[99]](#footnote-99) De menar att pedagogerna skall arbeta för att främja elevernas lärande och detta kan ske genom att bevara elevernas intresse och motivation. Eleverna skall uppmuntras till att utforska och utmaningar skall ges för ett utforskande förhållningssätt i undervisningen. I den kommande kursplanen för matematik i grundskolan (under arbete) framgår det att matematiken har utvecklats ur människans praktiska behov, naturliga nyfikenhet och lusten att utforska.[[100]](#footnote-100) Detta betyder att man i enlighet med kursplanen ska främja elevernas intresse och motivation till lärande.

”Vi lyssnar till vad eleverna vill och ser till deras verklighet för stunden. Mycket av matematikundervisningen utgår från elevernas intressen för vad som händer i världen. OS och VM är sådana tillfällen när nästan all undervisning kretsar kring uppskattning, mätning och jämförelse av olika resultat i sporten”. – Lärare skola tre.

Lärarna menar att lektionernas upplägg grundades på eleverna, vilket tyder på att utgångspunkten för utveckling är elevernas intresse för lärostoffet och deras motivation till lärande. Undervisningen skall göras rolig och motiverande och genom att utforma undervisningen efter elevernas intresse kan styrdokumenten åtföljas och målen uppnås. Dewey menade att undervisningen skulle främja elevens fria utveckling. Skolan borde föras närmare det samhälle vars syften det ska tjäna. Vidare menar Dewey att eleverna aktivt ska söka sin kunskap gentemot omvärlden, allt i relation till vad de behöver kunna.[[101]](#footnote-101) Då eleverna inte förknippar matematik med att ”komma” igenom en lärobok, och då möjligheter ges till att utforska matematikens värld kan stora vinster göras. Genom att erbjuda laborativt material och detta alternativa arbetssätt till den ”traditionella” undervisningen ges eleverna tillfällen att experimentera och utforska matematiska sammansättningar och få en djupare förståelse för valet av strategi till olika lösningar. Vygotskij menar att inlärning inte går att tvinga på eleverna, en undervisning liknande dressyr är meningslös då inlärningsprocessen inte medvetandegörs.[[102]](#footnote-102) Kunskapen eleverna då utvecklar blir flytande och ytlig så kallad utantillärande utan mening. Ofta resulterar denna utantillinlärning i ett tillfälligt lärande som inte befästs hos eleven varpå kunskapen glöms bort efter ett tag.

Freinet förespråkade en aktiv skola med fokus på elevernas praktiska medverkan i arbetet som en förutsättning för lärandet. Vidare menade han att arbetet skulle vara den bärande principen för skolarbetet och att all färdighet borde framdrivas ur den praktiska aktiviteten. Det trevandet försöket är något som Freinet lyfte fram som en central del i hans teori kring lärande.[[103]](#footnote-103) Min tolkning av detta är att eleverna ska få prova sig fram till lösningar på problem som uppstår i deras verklighetsvärld och därigenom utveckla lösningsstrategier. Å ena sidan kan detta vara ett exemplariskt förhållningssätt då eleverna själva får utforska och komma till insikt huruvida en lösning är giltig eller inte, men å andra sidan kan detta arbetssätt ställa till problem i dagens arbete med styrdokumenten och alla de mål som ska uppnås. Om eleverna ska lösa sådant som de endast själva vill och som uppstår i deras vardag kan viktiga moment gå om intet. De olika moment som finns i matematiken och som måste genomföras behöver introduceras för eleverna av läraren. Huruvida eleverna sedan förvärvar kunskapen är en annan fråga. Det är i detta skede elevernas intresse och motivation till lärande ska lyftas fram och tas till vara på. Goldsby hävdar att lärare ofta ser laborativa matematiken som ett komplement till den ordinarie lärobokstyrda undervisningen och att övningar av laborativ karaktär endast ges som ”belöning” då eleverna presterat bra eller då matematikboken är färdigräknad.[[104]](#footnote-104) Det finns en stor risk med att endast implementera laborativa moment i undervisningen för sakens skull eller som en belöning för bra uppförande, en tanke bakom varje lektion måste finnas med en tydlig struktur om varför uppgiften skall genomföras.[[105]](#footnote-105) Läraren måste planera och genomföra en undervisning med stark pedagogisk struktur för att förbättra resultaten i matematikämnet, det räcker inte med att införa konkret material och ett laborativt arbetssätt.

## Kommunikativ matematik

**Bevisa, redogöra, prata, diskutera, berätta, fundera, reflektera argumentera och jämföra.**

Kommunikativ matematik är en kollektiv aktivitet där samtliga deltagare försöker fastställa vad som sagts och att det i sin tur blivit förstått.[[106]](#footnote-106) Att ”prata matematik” är viktigt då det utvecklar elevernas begreppsliga ordförråd. Som nämndes ovan talar Vygotskij om artefakter. I den laborativa delen handlar det konkreta om hjälpmedel för att förstå matematiska strukturer men i den kommunikativa delen av matematiken handlar det snarare om de språkliga begrepp som presenteras för eleverna, vilka sedan ligger till grund för djupare kunskaper inom ämnet. Vygotskij menar att förmedlingen av dessa artefakter sker från lärare till elev[[107]](#footnote-107) men eleven måste själv lära sig att förfoga över artefakterna.

*De flesta av lektionerna som observerades var, som nämndes ovan, upplagda så att eleverna fick experimentera sig fram till upptäckter. I slutet av lektionerna diskuterades slutsatser och upptäckterna som framkommit under uppgifterna . En kommunikation mellan såväl lärare och elev och mellan elever bedrevs.*

Uppgiften med multiplikationskombinationerna (som presenterades i stycket om laborativ matematik) genomfördes individuellt men med en avslutande diskussion där eleverna fick lyfta det de kommit fram till. I denna sekvens var läraren den som förde samtalet och ledde eleverna till diskussion. Eleverna förde in samtliga slutsatser i en bok som kallades för ”mattetänk”. Resultatet av studien visar på att eleverna ofta fick argumentera för och diskutera vad de kommit fram till genom övningarna på lektionerna. Att med ord få beskriva det man kommit fram till leder till en djupare förståelse.[[108]](#footnote-108) Att beskriva sina tankeverksamheter kräver stor koncentration[[109]](#footnote-109)

I enlighet med den kommande läroplanen skall eleven förutom det faktum att få upptäcka matematik även ges förutsättningar att utveckla en förmåga att använda ett matematiskt språk för att samtala om och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar förmågan att argumentera och att föra matematiska resonemang. Eleverna ska genom undervisning ges möjlighet att utveckla ett matematiskt språk, samt förtrogenhet med hur språket används för att kommunicera med och om matematik i vardagliga och matematiska sammanhang. [[110]](#footnote-110)

*Sokratiska samtal, ”prata matematik” och analyserande av elevernas egna upptäckter var några av de arbetssätt som visade sig under observationerna.*

Denna kommunikation leder till att eleverna kan fördjupa sina kunskaper då de får sätta ord på tankarna. Diskuterandet av uppgifter kan säkerställa att en lösning till ett problem uppstår.[[111]](#footnote-111) Eleverna kan genom att diskutera sina och andras ställningstaganden komma fram till en lösning som de eventuellt inte skulle nått på egen hand. Resonemanget av lösningar kan leda till att eleverna i framtiden kan bedöma slutsatser och lösningar på egen hand.[[112]](#footnote-112) Eleverna kan också genom att diskutera det som framkommit lära av varandra och fungera som lärare åt varandra. Eleverna samarbetar vilket kan bidra till att de hjälper varandra att bredda sina kunskaper. Detta kan i sin tur leda till att eleverna fungerar som lärare till varandra varpå kunskapen befästs ytterligare.[[113]](#footnote-113) När man får sätta ord på sina tankar kan kunskapen fördjupas. Ibland är det svårt att med ord förklara hur man menar eller hur man tänker även då man faktiskt har färdigheter att klara av uträkningen och komma fram till ett svar. Även Vygotskij förespråkar samarbetet mellan elever med olika kunskaper och färdigheter. Imitation är ett begrepp förknippat med honom, han menar att det man kan göra tillsammans en dag kan man nästa dag utför själv.[[114]](#footnote-114)

*Eleverna fick ofta arbeta i par eller i grupp med matematikövningarna för att sedan i helklass lyfta vad som framkommit. Frågor angående det upptäckta, slutsatser som framkommit och det eleverna lärt sig ställdes av lärarna och besvarades av eleverna. Denna konversation skedde oftast i helklass som en avslutande aktivitet av lektionen.*

Språket är otroligt viktigt för utveckling. Vygotskij är en av dem som menar att språket ligger till grund för utvecklingen och att såväl yttre som inre dialoger utvecklar tänkandet.[[115]](#footnote-115) Då eleven utnyttjar språket som en barriär mellan det inre talet till att tänka högt, tala, sker en utveckling av elevens förmåga att resonera med sig själv angående olika ståndpunkter. Kommunikation som en del av matematikundervisningen är viktig då det är i samspelet med andra människor utveckling sker. Vygotskij menade att utveckling sker genom interaktion mellan flera olika parter.[[116]](#footnote-116) Utveckling kommer inte av sig själv utan ett utbyte av kunskaper mellan lärare och elever måste ske för att skapa möjligheter till utveckling. Lärarens uppgift blir således att skapa förhållanden i klassrummet som främjar aktivt elevmedverkande och ett respekterande klassrumsklimat.[[117]](#footnote-117)

Det är otroligt viktigt att läraren är kompentent i sin lärarroll då alla elever är olika och behöver olika hjälp. Läraren måste våga gå utanför ramarna och värdera varje situation i sin unikhet och vidta åtgärder därefter. – Lärare skola ett.

Läraren måste hjälpa de tysta eleverna och skapa tillfällen för alla att komma till tals. Läraren måste även se till att eleverna inte bara vågar prata och stå för sina ståndpunkter utan också att alla elever lyssnar och tolkar rimligheten när en annan elev delger sina alternativa lösningar. Kommunikation består i såväl tal som lyssnande.[[118]](#footnote-118)

”Skolan skall sträva efter att varje elev lär sig lyssna, diskutera, argumentera och använda sina kunskaper som redskap för att

* formulera och pröva antaganden och lösa problem,
* reflektera över erfarenheter och
* kritiskt granska och värdera påståenden och förhållanden”. [[119]](#footnote-119)

Det är också lärarens uppgift att reda ut eventuella missförstånd som uppstår i elevernas kognitiva tankestrukturer.[[120]](#footnote-120) Då en kommunikativ utgångspunkt antas i undervisningen kan den uppmärksamme läraren lättare upptäcka elevers felaktiga strategier. Undervisningen kan då utgå från eleverna och deras tankar som uppkommer och visas i kommunikationen.

## Styrdokumenten och Freinets konstanter

***Hur arbetar Du/Ni med läroplan och kursplaner i ämnet matematik?***

*Intervjuerna gav en bred redogörelse angående hur lärarna såg på elevernas kunskapsinhämtande och hur undervisningen borde bedrivas med utgångspunkt i läroplan och kursplan. Inför varje nytt moment eller temaarbete utgår lärarna från de uppnåendemål som står i läro- och kursplanen för matematik.*

Freinet menade att de befintliga existerande ordningarna måste tas i beaktning i undervisningen. Å ena sidan tyckte han inte att betyg var något annat än av ondo å andra sidan medgav han vikten av att anpassa sig till rådande normer, vilket i dag betyder att rätta sig efter de läroplaner som råder. Lärare av Freinetskolor måste ta hänsyn till såväl styrdokumenten som Freinets tankar i sin planering av undervisning. De måste planera för en undervisning med utgångspunkt i elevernas pratiska arbete som förutsättning till utveckling. Konstant nummer åtta säger ”var och en tycker om att välja sitt arbete själv, även om valet inte ger ett fördelaktigt resultat.”[[121]](#footnote-121)

”Vi ska i vår utbildning till eleverna uppfostra ”samhällsmedborgare” och genom att låta eleverna göra sina egna val, även då de inte alltid är berättigade, så inser eleverna sina misstag. Om eleven inte är klar med sina uppgifter efter respektive planeringsperiod måste de ”jobba ikapp” hemma i form av läxor.” – lärare skola två.

I förhållande till det som beskrivits ovan skulle det innebära att eleverna ska få välja sina arbetsuppgifter själva utifrån sin intressevärld så länge målen för respektive klass uppnås. Lpo 94 säger att utbildningen ska ge eleven redskap för att utveckla sina möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Eleven skall i slutet av femte skolåret ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper att de kan beskriva och hantera situationer och lösa problem i deras närmiljö.[[122]](#footnote-122) Citatet från Lpo 94 visar på att arbetsuppgifterna ska ligga i elevernas närmiljö. När eleverna själva får stå för motivationen bakom arbetsuppgifter som skall lösas känns arbetet inte påtvingat varpå kunskapen känns relevant för eleven. Då eleven känner intresse för ett ämne och vill fördjupa sig inom det blir lärandet mer meningsfullt och utvecklingen sker på ett djupare plan än om läraren står för ämnesstoffet utan påverkan från eleverna.

*Lärarna uppmuntrar eleverna till eget initiativ och egna tankar kring de mål som ska uppnås. Lärarna finns för att hjälpa eleverna att nå insikt i vad som kan fördjupas och arbetas vidare på. Många elever som tycker att de är färdiga med en uppgift behöver bara pushas lite extra och få diskutera sig fram till vidare utveckling av uppgifter.*

Eleverna får göra sina egna val i och med att de står för sin egen planering men samtidigt måste de, om målen inte uppnåtts eller om valen varit oberättigade, stå sitt kast och göra det som krävs av dem. Men det är viktigt att vi sätter det enskilda barnet i fokus i undervisningen. Om vi utgår från att eleverna kan ansvara för sina arbetsuppgifter och valet av dem så kommer eleverna att lyckas. Däremot måste läraren finnas där för att ifrågasätta elevernas val och lära dem att argumentera för dem.

”Inser eleven att valet är av ofördelaktig karaktär, anpassar de målen till en högre mer passande nivå. – Lärare skola ett.

Läraren skall finnas för eleverna som en handledare och inte en förmedlare av kunskap. Handledarens uppgift är att främja elevernas naturliga utforskande och aktiva handling. [[123]](#footnote-123) En ömsesidig kommunikation mellan samtliga deltagare i ett klassrum måste ske, det får inte bedrivas korvstoppning i form av att läraren fyller eleverna med kunskap via katederundervisning. Freinet menar att den passiva och förlegade katederundervisningen måste väljas bort till förmån av elevernas förverkligande genom konstruktiva övningar och konkreta handlingar. *[[124]](#footnote-124)* Konstant nummer sexton uttrycker att ”barnet tycker inte om att höra föreläsningar från katedern”.[[125]](#footnote-125)

*Genomgångarna genomfördes antingen i helklass på klassrummets matta eller i mindre grupper.*

Även då katederundervisning inte antogs och lärarna försökte ta avstånd från predikan och föreläsningar så menar läraren på skola två att eleverna ibland behöver få fakta berättade för sig för att sedan förankra kunskapen och göra den till sin egen, vissa elever lär sig till och med bättre genom att lyssna till sig kunskap. Men då krävs det att genomgångarna stärks med tillhörande övningsuppgifter så eleverna kan befästa kunskapen.

”Vi har inga läroböcker i matematikundervisningen men däremot har vi genomgångar med tillhörande uppgifter till respektive område.” – Lärare skola ett.

Freinet menar att undervisningen skall utgå från elevernas erfarenhetsvärld och att uppgifter som uppstår i deras närmiljö ska ligga till grund för undervisningen.[[126]](#footnote-126) Även Dewey menar att undervisningen inte bör grundas i läroböcker. Dewey menar att börja i läroboken är som att börja i fel ände, däremot kan läroböckerna ses som ett komplement till det eleven får upptäcka genom handling i deras upplevelsevärld. Återspegling och tolkning av det upplevda kan befästas genom vidare läsning.[[127]](#footnote-127) Det eleverna upplevt via praktiska övningar kan mycket väl stärkas genom teoretisk förankring i form av arbete och läsning i läroboken.

# Diskussion

## Metoddiskussion

Då jag initialt började och planera för detta projekt kom jag att undra hur jag skulle gå tillväga i insamlandet av material och det föll sig naturligt att observation var det självklara valet. Syftet med arbetet var att ta reda på hur lärare av Freinetskolor arbetar för att tillgodose såväl styrdokument som Freinets konstanter. Då en av frågeställningarna också bestod i att ta reda på hur lärarna ser på elevernas lärande kändes också intervjuer som en komplimenterande insamlingsmetod relevant. Min studie grundar sig på de lektioner som observerats och de intervjuer som genomförts. Inledningsvis läste jag in mig på Freinetpedagogiken för att få en djupare kunskap. Efter observationerna och intervjuerna som genomfördes på tre Freinetskolor gjordes en litteratursökning för att matcha det som framkommit under insamlandet av material. Tidigare forskning om laborativ och kommunikativ matematik var det som blev aktuellt att fördjupa min kunskap kring. Vidare underbyggs dessa alternativa arbetssätt med Vygotskijs och Deweys teorier om lärande. Metoderna som jag använt mig av är av kvalitativ art då jag velat ta del av undervisningen och komma lärarna in på djupet, jag ville se hur det verkligen gick till på lektionerna. Att intervjua lärarna istället för att låta dem fylla i enkäter var ett val jag gjorde för att kunna ställa följdfrågor och få ut mer av intervjun än vad som är möjligt vid enkätsvar. Dock kunde vissa aspekter tagits i beaktning, exempelvis borde en bandspelare ha brukats under intervjuerna. Användandet av en bandspelare skulle bidragit till en högre reliabilitet. [[128]](#footnote-128) Fler intervjuer skulle också kunnat genomföras men då de lärare so m intervjuades svarade någorlunda lika på frågorna ansåg jag att fler intervjuer inte var nödvändigt. Om mer tid hade funnits till förarbete och insamling av material hade fler lärare tillfrågats om medverkan i intervjuer. På grund av bortfall medverkade endast tre av de sju skolor som finns inom pedagogiken i Sverige. Bortfallet gjorde att mindre än femtio procent medverkade, det optimala för att säkerställa resultaten ytterligare hade varit att ännu en skola hade medverka i studien. Vid en mer omfattande studie med större tidresurser hade även de andra skolorna runt om i landet tillfrågats om medverkan. Men då det bara finns sju skolor med inriktningen av Freinetpedagogiken anser jag att jag ändå har en ganska stabil grund till mina antaganden om att kommunikativ och laborativ matematik borde få en större del i undervisningen i matematik.

## Analysdiskussion

Det resultat som framkommit i studien och stärkts via analysarbetet anser jag borde vara ett tecken på att kommunikation och laborativt arbete i matematikundervisningen främjar elevernas lärande och utveckling. Då flera aspekter i läroplanen pekar på vikten av att experimentera, undersöka och kommunicera i matematikundervisning är jag förvånad över att dessa alternativa arbetssätt inte är en större del av undervisningen i skolorna idag. Att Freinetskolorna som medverkat i undersökningen faktiskt bedriver en sådan undervisning tyder på att de anser att Freinets konstanter väger tungt i deras planering av undervisningen. Likväl som de menar att skolans styrdokument måste följas så verkar de anamma mycket från Freinets tankar om hur undervisningen bör gå till och vilka utgångspunkter den bör ha. Det finns vissa risker med att låta eleverna via kommunikation lösa uppgifter i grupp då de starka eleverna kan ta över ”lösandet”. Men då är det upp till oss vuxna att vara där och fånga upp varje elev så ingen faller mellan stolarna. Kanske är det ännu viktigare i ett sådant sammanhang där undervisningen bygger på kommunikation mellan eleverna. Dock är det idag så, med mål som ska uppnås och diagnoser som skall genomföras, att lärarna ändå måste ”kontrollera” sina elever. Så, om man som lärare låter eleverna falla genom stolarna genom att vara ouppmärksam, skadar det inte bara eleven utan även lärarens anseende i sin roll som handledare och ansvarig för elevernas lärande. Det i sin tur betyder, för att en kommunikativ och laborativ matematik ska kunna genomföras måste läraren vara så trygg i sig själv så samtliga elever i klassen kan bli sedda och få komma till tals.[[129]](#footnote-129) Då arbetet i matematiken inte utgår från en färdigställd matematikbok är det av största vikt att läraren planerar för samtliga delmoment och erbjuder eleverna en strukturerad undervisning.[[130]](#footnote-130) Det är också av oerhört stor vikt att läraren är väl förtrogen om samtliga elever och gör ständiga uppföljningar. Ett alternativ kan vara veckotester som genomförs för att se att samtliga elever klarar av respektive mål.

*Ibland verkade dock dessa samtal, ledda av läraren, men förd av eleverna, smått styrda, det verkade som att läraren ville få diskussionen åt ett specifikt håll. Målet med lektionen verkade förbestämd och läraren hoppade in i diskussionen när den inte gick i den riktning som läraren ville.*

Ett exempelär när eleverna diskuterade upptäckterna av multiplikationskombinationerna. Läraren styrde då in samtalet på upptäckten av multiplikation i kvadrat (3\*3, 4\*4, o.s.v.). Roten ur kom på tal men nämndes endast av läraren med begreppet utan någon förklaring. Läraren berättade sedan för mig i efterhand att roten ur kunde tas upp med eleverna vid ett senare tillfälle, nu när de ändå nosat på det. Om man ska anta ett laborativt perspektiv i matematikundervisningen med utgångspunkt utanför matematikboken måste eleverna ges möjligheter att lösa uppgifterna. Redskap är vad som ska handhållas och implementeras via läraren men inte strategierna bakom lösningar till problem. För att en djupare förståelse ska ske måste eleverna finna förståelse till sina och andras lösningar.[[131]](#footnote-131) Alltså kan man inte förespråka ett laborativt och kommunikativt arbetssätt om man inte låter eleverna utforska och komma fram till lösningar på egen hand. Freinet stod för en pedagogik med utgångspunkt i elevernas erfarenhetsvärld. Dock menar han att man även ska anpassa undervisningen till de existerande ordningarna som skollagar och läroplaner.[[132]](#footnote-132) Min tolkning är att om Freinet skulle levt idag så skulle han velat att man följde de styrdokument som råder. Därpå blir arbetet med konstanterna och läroplanen inte svårt att kombinera. Om läraren lyssnar till och utgår från eleverna och planerar och genomför sin undervisning med hänvisning till läroplanerna så blir både konstanterna och styrdokumenten tillgodosedda. Men det måste vara en balans mellan undervisningens olika delar så att inte för mycket satsas på endast ett fåtal matematiska områden. PISA – undersökningen visar på att svenska elever presterar sämre i problemlösningsuppgifter än andra elever i Europa med samma ålder.[[133]](#footnote-133) Undersökningen visar även att elever i Sverige är sämre på uppgifter som kräver kritiskt granskande och uppgifter som fordrar analysering, reflektion, argumentation och kommunikation.[[134]](#footnote-134) Detta visar ännu mer på att vi borde satsa på den typen av arbetssätt i undervisningen. Det är dock då viktigt att komma ihåg att algortimräkning och problemlösning måste gå hand i hand. Vi kan inte välja bort det ena för det andra. En balans måste infinnas mellan färdighetsträning och laborativ och kommunikativ matematik.[[135]](#footnote-135) Så fort satsningar har gjorts inom respektive område märks signifikanta skillnader, men samtidigt sjunker resultaten i andra områden. Därför är det av oerhört stor vikt att samtliga lärare förstår vikten av att arbeta parallellt med den konkreta matematiken och det abstrakta tänkandet. När man som pedagog sätter in åtgärder för att förbättra resultat kan man inte ändra hela undervisningen och bara arbeta med det området som behöver åtgärdas. Fortsatt utveckling måste även ske i de övriga områden inom ämnet. Laborativt material måste erbjudas eleverna. Laborativa övningar måste ligga till grund för matematikundervisningen, utveckling genom handling, men vi får inte glömma bort att eleverna stärker och förankrar sin kunskap genom tillhörande matematikövningar i form av färdighetsträning.

### Skillnader mellan läroplanerna

I jämförelse med varandra lyfter de olika årens läroplaner och kursplaner olika aspekter som ansetts vara det viktiga för den tiden. 1980 års läroplan lägger stor vikt vid samarbetet mellan eleverna vilket innebär ett socialt lärande. Nästan samtliga delmoment i kursplanen för 1980 års kursplan introduceras genom att nämna att området främst lärs in genom konkreta och laborativa uppgifter.[[136]](#footnote-136) 1962 års läroplan tar inte upp kommunikation och laboration som grundläggande tillvägagångssätt för inlärning av matematik över huvud taget medan det i läroplanen för 1980 beskrivs grundligt vad som ska göras under lektionerna och hur läraren skall gå tillväga för att eleverna skall uppnå målen.[[137]](#footnote-137) Dagens läroplan, Lpo 94, påvisar att det är vikigt att hitta balansen mellan olika undervisningsformer för att nå den optimala utvecklingen för eleverna. [[138]](#footnote-138)Såväl laborativa som problembaserade uppgifter måste ges till eleverna för att de ska kunna utveckla sin förmåga att kunna argumentera och föra matematiska resonemang. Dock är 1994 års kursplan inte i närheten så beskrivande och grundläggande som 1980 års kursplan gällande hur de olika huvudområdena ska genomföras utan mycket är upp till läraren att tolka i den gällande läroplanen, Lpo 94. Den kommande kursplanen i matematik beskriver däremot väldigt tydligt att elevernas skall ges möjlighet att kommunicera om och med matematik i vardagliga och matematiska sammanhang vilket är tydligt tecken på att ”prata matematik” står på schemat i framtiden.

## Vidare forskning

I framtiden skulle det kunna forskas vidare på de frågor som valdes att plockas bort från denna studie. Jag intresserar mig fortfarande otroligt mycket för elevernas ansvar för sitt eget lärande. Det skulle kunna vara ett tänkbart ämne för mig att fördjupa mig i. I och med det skulle även föräldrarnas perspektiv och tankar angående sina barns ansvar för skolarbetet kunna lyftas fram. Hur föräldrarna ser på sina barns ansvarstagande och hur mycket förtroende de har för sina barn angående uppnående av målen, skulle vara en intressant aspekt att forska i. Det framgick via intervjuerna att många föräldrar sätter sina barn i dessa skolor av andra skäl än att det är Freinetskolor. T.ex. sa samtliga lärare att de flesta väljer skolan av närhetsprincipen, med det i åtanke skulle det vara intressant att se om det finns några skillnader hos de föräldrar som gör ett medvetet val på grund av pedagogiken och de som väljer av närhetsprincipen.

## Slutsatser

Sammanfattningsvis skulle jag vilja påstå att pedagogerna på de medverkande skolorna arbetar för ett kreativt lärande med ambitionen att förse eleverna med verktyg för att kunna diskutera, argumentera och stå för sina åsikter. Genom att ”prata matematik” och diskutera upptäcker inom ämnet, kan eleverna ges förutsättningar att se matematik på ett annat plan än vad arbetet i matematikboken ibland ger. Ett kommunikativt arbetssätt stärker elevernas språkutveckling och stärker det matematiska tänkandet. Att bara ”räkna” matematik är annorlunda mot att ”förstå” matematikens strukturer. Det de intervjuade lärarna gett intryck av stämmer väl överens med det som framkommit under observationerna som genomförts. Lärarna visar på starka influenser angående hur undervisningen skall gå till. Freinets konstanter tas på stort allvar och matchas på ett ytterst behändigt vis med rådande styrdokument. Ett citat från en av lärarna sammanfattar hur de ser på elevernas lärande och lärarens roll för elevernas utveckling. Det skulle också kunna stämma överens med hur Freinet skulle önskat att undervisningen går till idag med tanke på hans filosofi angående eleverna som utgångspunkt.

*”Elevernas synpunkter är viktiga för oss, men vi måste utgå från de lagar/regler/läroplaner/kursplaner som finns. Men genom att lära eleverna att förstå vad det är de ska kunna vill de ju lära sig det. Alltså kan vi utgå från det eleverna vill lära sig, för de vill lära sig det de förväntas kunna”. – lärare skola två.*

Detta arbete har varit otroligt lärorikt och jag har kommit till insikt hur jag själv vill bedriva min undervisning i matematik i framtiden. Att anta en kommunikativ och laborativ utgångspunkt i matematikundervisningen är en självklarhet för mig i min framtida lärarkarriär. Då eleverna själva får utforska och experimentera sig fram till matematiska strukturer grundas kunskapen med förståelse istället för utantillärande eller ytinlärning varpå kunskapen befästs hos eleven. Jag anser att kommunikativ och laborativ matematik är att föredra då det arbetssättet gynnar eleverna att utveckla ett mer analyserande och argumenterande förhållningssätt gentemot olika lösningsstrategier.

# Källförteckning

## Elektroniska dokument

Goldsby, D. (2009) Manipulatives in middle grade mathematics. Research summery. National Middle School Association. <http://www.nmsa.org/portals/0/pdf/research/Research_Summaries/Math.pdf> (2010-11-25)

Hamrud, A. (2008-12-09) Svenska elever ännu sämre. Dagens Nyheter. <http://www.dn.se/nyheter/sverige/svenska-elever-annu-samre-1.472775> (2010-12-07)

Hartshorn, R & Boren, S. (1990). *Experiential Learning of Mathematics: Using Manipulatives.* ERIC Clearinghouse on Rural Education and Small Schools Charleston WV. <http://eric.ed.gov/PDFS/ED321967.pdf> (2010-12-03)

Pihlgren, A. S. (2004-08-01) *Dagens skola skapar morgondagens samhälle - en jämförelse mellan Deweys, Freinets och Adlers idéer.* [http://www.mimer.org/mimerkademien/utvecklingsarbeten/303.Dagensskolaskaparmorgondagenssamhalle.pdf](http://www.mimer.org/mimerakademien/utvecklingsarbeten/303.Dagensskolaskaparmorgondagenssamhalle.pdf) (2010-11-19) a

Skolverket. (1994) *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet. Lpo 94.* <http://www.skolverket.se/sb/d/193/url/0068007400740070003a002f002f0077007700770034002e0073006b006f006c007600650072006b00650074002e00730065003a0038003000380030002f00770074007000750062002f00770073002f0073006b006f006c0062006f006b002f0077007000750062006500780074002f0074007200790063006b00730061006b002f0042006c006f0062002f0070006400660031003000360039002e007000640066003f006b003d0031003000360039/target/pdf1069.pdf%3Fk%3D1069> (2010-12-09)

Skolverket (2007:07) *Kursplan för matematik.* <http://www.skolverket.se/sb/d/2414/a/16139/func/kursplan/id/3873/titleId/MA1010%20-%20Matematik> (2010-10-25)

Skolverket (2010) *Skolverkets förslag till kursplan i matematik i grundskolan.* <http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/97/74/Matematik.pdf> (2010-11-22)

Vetenskapsrådet. (2002) *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning.* <http://www.codex.vr.se/texts/HSFR.pdf> (2010-10-27)

## Litteratur

Bergius, B & Emanuelsson, L. (2008) *Hur många prickar har en gepard? Unga elever upptäcker matematik.* Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning.

Bryman, A. (2002) *Samhällsvetenskapliga metoder.* Malmö: Liber.

Cato R.P. Björndal. (2005) *Det värderande ögat. observation, utvärdering och utveckling i*

*undervisning och handledning.* Stockholm: Liber AB

Dewey, J. (1980) *Individ, skola och samhälle. Utbildningsfilosofiska texter i urval av Sven Hartman, Ulf P. Lundgren & Ros Mari Hartman.* Stockholm: Natur och Kultur.

Fangen, K. (2004) *Deltagende Observasjon.* Bergen: Fakbokforlaget Vigmostad & Björke AS.

Freinet, C. (1999) *För folkets skola. En praktisk vägledning för den allmänna skolans materiella, tekniska och pedagogiska organisation.* Stockholm: Wahlström och Widstrand.

Hwang, P & Nilsson, B.(2003) *Utvecklingspsykologi.* Stockholm: Natur och Kultur.

Jerlang, E. M.fl. (1988) *Utvecklingspsykologiska teorier.* Stockholm: Liber

Johansson, B & Svedner, P.O. (2006) *Examensarbetet i lärarutbildningen. Undersökningsteorier och språklig utformning.* Uppsala: Kunskapsföretaget.

Kullberg, B. (2004) *Etnografi i klassrummet*. Lund: studentlitteratur.

Kungliga skolöverstyrelsen. (1962) *1962 års skollag, skolstadga och läroplan för grundskolan.* Stockholm: Kungliga skolöverstyrelsen.

Malmer, G. (1990) *Kreativ matematik.* Solna: Ekelunds förlag AB.

Nationellt centrum för matematikutbildning. Tema nämnaren (1996) *Matematik- ett kommunikationsämne.* Göteborg: Författarna och Nämnaren.

Persson, A & Wiklund, L.(2007) *Hur långt är ett äppelskal – tematiskt arbete i förskoleklass.* Stockholm: Liber AB.

Riesbeck, E. (2000) *Interaktion och problemlösning. Att kommunicera om och med matematik.* Lindköping: Lindköpings Universitet.

Rosengren, K. E & Arvidson, P. (2002) Sociologisk metodik. Malmö: Författarna och Liber.

Rystedt, Elisabeth & Trygg, Lena. (2010) *Laborativ matematik – vad vet vi?* Göteborg: Författarna och NCM.

Skolverket. (2004). *PISA 2003. Svenska femtonåringars kunskaper och attityder i ett internationellt perspektiv. Rapport 254.* Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2008a) *Svenska elevers matematikkunskaper i TIMSS 2007. En djupanalys av hur elevernas förstår centrala matematiska begrepp och tillämpar beräkningsprocesser. Analysrapport till 323.* Stockholm: skolverket.

Skolverket. (2008b) Timss 2007. Svenska elevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i skolår 8 i ett nationellt och internationellt perspektiv. Rapport 323. Stockholm: Skolverket.

Skolöverstyrelsen. (1980) *Läroplan för grundskolan.* Stockholm: LiberLäromedel och Utbildningsförlaget.

Trost, J. (1997). *Kvalitativa intervjuer.* Lund: Studentlitteratur.

Vygotskij, L. (1999) *Tänkande och språk.* Göteborg: Daidalos AB.

# Bilagor

## Bilaga 1

### Intervjufrågor

* **Hur arbetar Du/Ni med läroplaner och kursplaner i ämnet matematik?**
* **Hur ser DU på barns lärande?**
* **Hur arbetar Du för att främja elever lärande genom elevinflytande och hur mycket elevinflytande har eleverna på denna skola/ i denna klass?**
* **Freinets konstant nummer 7 säger ”Var och en tycker om att välja sitt arbete själv, även om valet inte ger ett fördelaktigt resultat”. Hur implementerar ni detta i er matematikundervisning?**
* **Konstant nummer 16 uttrycker att ”barnet tycker inte om att höra föreläsningar från katedern”. Hur utför ni genomgångar i matematikundervisningen?**
* **Hur tillgodoser ni de elever som uppvisar svårigheter inom ämnet matematik?**
* **Hur ställer sig föräldrar till Freinets pedagogik när det gäller arbetssätt och elevernas ansvar?**

## Bilaga 2

### Freinets konstanter[[139]](#footnote-139)

1. Barn är av samma natur som den vuxne.
2. Att man är större än de andra behöver inte betyda att man är överlägsen dem.
3. Ett barns beteende i skolan är en produkt av dess fysiologiska, organiska och konstitutionella tillstånd.
4. Ingen – varken barn eller vuxna – tycker om att bli kommenderad av auktoriteter.
5. Ingen tycker om att stå på led, ty när man står på led lyder man passivt en order som kommer uppifrån.
6. Ingen tycker om att utföra ett bestämt arbete, även om han inte har något skärskilt emot detta arbete. Det är tvånget som är förlamande.
7. Var och en tycker om att välja sitt arbete själv, även om det inte ger ett fördelaktigt resultat.
8. Ingen tycker om att mala tomgång och fungera som en robot, d.v.s. utföra handlingar och foga sig efter tankar som är fastlagda i ett mekaniskt system som han inte har något inflytande på.
9. Vi måste motivera arbetet.
10. Del ett: Bort med skolmästeriet. Del två: Varje individ vill lyckas. Ett misslyckande verkar hämmande och ödeläggande för framåtanda och entusiasm. Del tre: Det är inte leken utan arbete som är det naturliga för barnet.
11. Det normala sättet att förvärva kunskap är inte genom iakttagelse, förklaring och demonstration, som är det vanliga i skolan, utan genom trevande försök, vilket är ett naturligt och universellt tillvägagångssätt.
12. Minnet, som skolan gör så stor affär av, har vikt och värde bara då det integreras med de trevande experimenten och verkligen står i livet tjänst.
13. Man får inte kunskaper genom att studera regler och lagar, som man på sina håll tror, utan genom erfarenhet. Om man börjar med att studera regler och lagar i modersmålet, i konsten, i matematik och naturkunskap så har man spänt vagnen framför hästen.
14. Intelligens är inte, som inte som den traditionella pedagogiken förkunnar, en specifik förmåga som fungerar som i ett slutet kretslopp, oberoende av andra vitala element hos individen.
15. Skolan odlar bara en abstrakt form av intelligens, som manifesterar sig utanför den levande verkligheten genom hantering av ord och idéer som har fixerats i minnet.
16. Barnet tycker inte om att höra föreläsningar från katedern.
17. Barnet blir inte trött av att utföra arbete som hänger ihop med dess eget liv, som så att säga är funktionellt.
18. Ingen, varken barn eller vuxna, tycker om kontroll och bestraffning, som alltid uppfattas som ett angrepp mot ens värdighet, skärskilt om den utövas offentligt.
19. Betyg och sortering av barnen är alltid av ondo.
20. Tala så litet som möjligt.
21. Barnet tycker inte om att arbeta i en skock där individen måste underordna sig.
22. Ordning och disciplin är nödändiga i skolan.
23. Det är alltid fel att straffa. Det är förödmjukande för alla och får aldrig den avsedda verkan. Det är på sin höjd en nödfallsutväg.
24. Skolans nya liv förutsätter samarbete, det vill säga de som använder den inberäknat lärarna, måste tillsammans organisera skolans liv och arbete.
25. Det är alltid pedagogiskt fel att ha för många barn i klassen.
26. Skolans nuvarande indelning i stora enheter leder till en känsla av anonymitet hos både lärare och elever, och den är därför både felaktig och hämmande.
27. Morgondagens demokrati förbereds genom demokrati i skolan. En auktoritär regim i skolan kan inte utveckla demokratiska medborgare.
28. Man kan bara uppfostra i en människovärdig atmosfär. Att man respekterar barnen och att barnen respekterar sin lärare är ett av de första villkoren för skolans förnyelse.
29. Oppositionen från den pedagogiska reaktionen, som är en utlöpare av den sociala och politiska reaktionen, är också en konstant som vi tyvärr är tvungna att räkna med utan att vi själva kan undvika den eller korrigera den.
30. Till sist en konstant som ger berättigande åt våra trevande försök och gör våra handlingar meningsfulla: det optimistiska hoppet om livet.
1. Freinet. C. (1999) För folkets skola. En praktisk vägledning för den allmänna skolans materiella, tekniska och pedagogiska organisation. Stockholm: Wahlström och Widstrand. [↑](#footnote-ref-1)
2. Ibid. [↑](#footnote-ref-2)
3. Ibid. [↑](#footnote-ref-3)
4. Skolverket. (2004) Pisa 2003. Svenska femtonåringars kunskaper och attityder i ett internationellt perspektiv. Rapport 254. Stockholm: Skolverket.

 Skolverket. (2008b) Timss 2007. Svenska elevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i skolår 8 i ett internationellt perspektiv. Rapport 232. Stockholm: Skolverket. [↑](#footnote-ref-4)
5. Skolverket. (2004) [↑](#footnote-ref-5)
6. *Kungliga skolöverstyrelsen. (1962:164) 1962 års skollag, skolstadga och läroplan för grundskolan. Stockholm: Kungliga skolöverstyrelsen.* [↑](#footnote-ref-6)
7. Kungliga skolöverstyrelsen. (1962) [↑](#footnote-ref-7)
8. Skolöverstyrelsen. (1980) Läroplan för grundskolan. Stockholm: LiberLäromedel och Utbildningsförlaget. [↑](#footnote-ref-8)
9. Ibid. [↑](#footnote-ref-9)
10. Ibid. [↑](#footnote-ref-10)
11. Skolverket. (1994) Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet. Lpo 94. [↑](#footnote-ref-11)
12. Skolverket. (2007:07) Kursplan för matematik. <http://www.skolverket.se/sb/d/2414/a/16139/func/kursplan/id/3873/titleId/MA1010%20-%20Matematik> (2010-10-25) [↑](#footnote-ref-12)
13. Ibid. [↑](#footnote-ref-13)
14. Ibid. [↑](#footnote-ref-14)
15. Skolverket. (1994). [↑](#footnote-ref-15)
16. Skolverket. (2010) Förslag till kursplanen i matematik i grundskolan. Lgr 11. <http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/97/74/Matematik.pdf> (2010-11-22) [↑](#footnote-ref-16)
17. Ibid. [↑](#footnote-ref-17)
18. Ibid. [↑](#footnote-ref-18)
19. Skolverket. (2010) [↑](#footnote-ref-19)
20. Ibid. [↑](#footnote-ref-20)
21. Skolverket. (2004) [↑](#footnote-ref-21)
22. Ibid. [↑](#footnote-ref-22)
23. Skolverket. (2008a) Svenska elevers matematikkunskaper i TIMSS 2007. En djupanalys av hur elevernas förstår centrala matematiska begrepp och tillämpar beräkningsprocesser. Analysrapport till 323. Stockholm: skolverket. [↑](#footnote-ref-23)
24. Skolverket. (2008b) [↑](#footnote-ref-24)
25. Ibid. [↑](#footnote-ref-25)
26. Hamrud, A. (2008-12-09) Svenska elever ännu sämre. Dagens Nyheter. <http://www.dn.se/nyheter/sverige/svenska-elever-annu-samre-1.472775> (2010-12-07) [↑](#footnote-ref-26)
27. Freinet, C. (1999) [↑](#footnote-ref-27)
28. Ibid. [↑](#footnote-ref-28)
29. Freinet, C. (1999:30) [↑](#footnote-ref-29)
30. Freinet, C. (1999) [↑](#footnote-ref-30)
31. Ibid. [↑](#footnote-ref-31)
32. Freinet, C. (1999:172) [↑](#footnote-ref-32)
33. Freinet, C. (1999:179) [↑](#footnote-ref-33)
34. Freinet, C. (1999:181) [↑](#footnote-ref-34)
35. Freinet, C. (1999:184) [↑](#footnote-ref-35)
36. Riesbeck, E. (2000) Interaktion och problemlösning. Att kommunicera om och med matematik. Lindköping: Lindköpings Universitet. [↑](#footnote-ref-36)
37. Ibid. [↑](#footnote-ref-37)
38. Ibid. [↑](#footnote-ref-38)
39. Malmer, G. (1990) Kreativ matematik. Solna: Ekelunds förlag AB. [↑](#footnote-ref-39)
40. Nämnaren Tema. (1996) Matematik- ett kommunikationsämne. Göteborg: Författarna och Nämnaren. [↑](#footnote-ref-40)
41. Riesbeck, E. (2000) [↑](#footnote-ref-41)
42. Ibid. [↑](#footnote-ref-42)
43. Nämnaren Tema. (1996) [↑](#footnote-ref-43)
44. Malmer, G. (1990) [↑](#footnote-ref-44)
45. Nämnaren Tema. (1996) [↑](#footnote-ref-45)
46. Riesbeck, E. (2000) [↑](#footnote-ref-46)
47. Nämnaren Tema. (1996) [↑](#footnote-ref-47)
48. Persson, A & Wiklund, L. (2007) Hur långt är ett äppelskal – tematiskt arbete i förskoleklass. Stockholm: Liber AB. [↑](#footnote-ref-48)
49. Bergius, B & Emanuelsson, L. (2008) Hur många prickar har en gepard? Unga elever upptäcker matematik. Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning. [↑](#footnote-ref-49)
50. Rystedt, E & Trygg, L. (2010) Laborativ matematik – vad vet vi? Göteborg: Författarna och NCM. [↑](#footnote-ref-50)
51. Rystedt, E & Trygg, L. (2010) Nämnaren Tema. (1996) [↑](#footnote-ref-51)
52. Bergius, B & Emanuelsson, L. (2008) [↑](#footnote-ref-52)
53. Nämnaren Tema. (1996) [↑](#footnote-ref-53)
54. Rystedt, E & Trygg, L. (2010) [↑](#footnote-ref-54)
55. Hartshorn, R & Boren, S. (1990). Experiential Learning of Mathematics: Using Manipulatives. ERIC Clearinghouse on Rural Education and Small Schools Charleston WV. <http://eric.ed.gov/PDFS/ED321967.pdf> (2010-12-03) [↑](#footnote-ref-55)
56. Goldsby, D. (2009) Manipulatives in middle grade mathematics. Research summery. National Middle School Association. <http://www.nmsa.org/portals/0/pdf/research/Research_Summaries/Math.pdf> (2010-11-25) [↑](#footnote-ref-56)
57. Goldsby, D. (2009), Rystedt, Elisabeth & Trygg, Lena. (2010) [↑](#footnote-ref-57)
58. Dewey, J. (1980) [↑](#footnote-ref-58)
59. Ibid. [↑](#footnote-ref-59)
60. Ibid. [↑](#footnote-ref-60)
61. Pihlgren, A. S. (2004-08-01) Dagens skola skapar morgondagens samhälle - en jämförelse mellan Deweys, Freinets och Adlers idéer. (2010-11-19.) [↑](#footnote-ref-61)
62. Dewey, J. (1980) [↑](#footnote-ref-62)
63. Ibid. [↑](#footnote-ref-63)
64. Ibid. [↑](#footnote-ref-64)
65. Hwang, P & Nilsson, B.(2003) Utvecklingspsykologi. Stockholm: Natur och Kultur. [↑](#footnote-ref-65)
66. Vygotskij, L. (1999) [↑](#footnote-ref-66)
67. Ibid. [↑](#footnote-ref-67)
68. Ibid. [↑](#footnote-ref-68)
69. Vygotskij, L. (1999:333) [↑](#footnote-ref-69)
70. Jerlang, E. M.fl. (1988) Utvecklingspsykologiska teorier. Stockholm: Liber [↑](#footnote-ref-70)
71. Vygotskij, L. (1999) [↑](#footnote-ref-71)
72. Vetenskapsrådet. (2002) Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning. <http://www.codex.vr.se/texts/HSFR.pdf> (2010-10-27) [↑](#footnote-ref-72)
73. Ibid. [↑](#footnote-ref-73)
74. Bryman, A. (2002) Samhällsvetenskapliga metoder. Malmö: Liber. [↑](#footnote-ref-74)
75. Cato R.P. Björndal. (2005) Det värderande ögat. observation, utvärdering och utveckling i undervisning och handledning. Stockholm: Liber AB [↑](#footnote-ref-75)
76. Fangen, K. (2004) Deltagende Observasjon. Bergen: Fakbokforlaget Vigmostad & Björke AS. [↑](#footnote-ref-76)
77. Bryman, A. (2002) Samhällsvetenskapliga metoder. Malmö: Liber. [↑](#footnote-ref-77)
78. Trost, Jan. (1997). Kvalitativa intervjuer. Lund: Studentlitteratur. [↑](#footnote-ref-78)
79. Johansson, B & Svedner, P.O. (2006) Examensarbetet i lärarutbildningen. Undersökningsteorier och språklig utformning. Uppsala: Kunskapsföretaget. [↑](#footnote-ref-79)
80. Kullberg, B. (2004) Etnografi i klassrummet. Lund: studentlitteratur. [↑](#footnote-ref-80)
81. Rosengren, K. E & Arvidson, P. (2002) Sociologisk metodik. Malmö: Författarna och Liber. [↑](#footnote-ref-81)
82. Skolverket. (2008b) [↑](#footnote-ref-82)
83. Freinet, C. (1999:179) [↑](#footnote-ref-83)
84. Freinet, C. (1999:181) [↑](#footnote-ref-84)
85. Rystedt, E & Trygg, L. (2010) [↑](#footnote-ref-85)
86. Tema, Nämnaren. (1996) [↑](#footnote-ref-86)
87. Dewey, J. (1980:106) [↑](#footnote-ref-87)
88. Dewey, J. (1980) [↑](#footnote-ref-88)
89. Ibid. [↑](#footnote-ref-89)
90. Pihlgren, A. S. (2004-08-01) [↑](#footnote-ref-90)
91. Bergius, B & Emanuelsson, L. (2008) [↑](#footnote-ref-91)
92. Skolverket. (2007:07) [↑](#footnote-ref-92)
93. Vygotskij, L. (1999) [↑](#footnote-ref-93)
94. Ibid. [↑](#footnote-ref-94)
95. Ibid. [↑](#footnote-ref-95)
96. Rystedt, E och Trygg, L. (2010) [↑](#footnote-ref-96)
97. Hartshorn, R & Boren, S. (1990) [↑](#footnote-ref-97)
98. Rystedt, E & Trygg, L. (2010) [↑](#footnote-ref-98)
99. Bergius, B och Emanuelsson, L. (2008) [↑](#footnote-ref-99)
100. Skolverket. (2010) [↑](#footnote-ref-100)
101. Dewey, J. (1980) [↑](#footnote-ref-101)
102. Vygotskij, L. (1999) [↑](#footnote-ref-102)
103. Freinet, C. (1999) [↑](#footnote-ref-103)
104. Goldsby, D. (2009) [↑](#footnote-ref-104)
105. Rystedt, E & Trygg, L. (2010) (2006) Goldsby, D. (2009) [↑](#footnote-ref-105)
106. Riesbeck, E. (2000) [↑](#footnote-ref-106)
107. Vygotskij, L. (1999) [↑](#footnote-ref-107)
108. Malmer, G. (1990) [↑](#footnote-ref-108)
109. Tema nämnaren (1996) [↑](#footnote-ref-109)
110. Skolverket. (2010) [↑](#footnote-ref-110)
111. Malmer, G. (1990) [↑](#footnote-ref-111)
112. Nämnaren Tema. (1996) [↑](#footnote-ref-112)
113. Goldsby, D. (2009) [↑](#footnote-ref-113)
114. Vygotskij, L. (1999) [↑](#footnote-ref-114)
115. Vygotskij, L. (1999) [↑](#footnote-ref-115)
116. Vygotskij, L. (1999) [↑](#footnote-ref-116)
117. Nämnaren Tema. (1996) [↑](#footnote-ref-117)
118. Nämnaren Tema. (1996) [↑](#footnote-ref-118)
119. Skolverket. (1994). [↑](#footnote-ref-119)
120. Nämnaren Tema. (1996) [↑](#footnote-ref-120)
121. Freinet, C. (1999:172) [↑](#footnote-ref-121)
122. Skolverket. (2007:07) [↑](#footnote-ref-122)
123. Persson, A & Wiklund, L. (2007) [↑](#footnote-ref-123)
124. Freinet, C. (1999) [↑](#footnote-ref-124)
125. Freinet, C. (1999:184) [↑](#footnote-ref-125)
126. Freinet, C. (1999) [↑](#footnote-ref-126)
127. Dewey, J. (1980) [↑](#footnote-ref-127)
128. Johansson, B och Svedner, P. O. (2006) [↑](#footnote-ref-128)
129. Bergius, B & Emanuelsson. L. (2008) [↑](#footnote-ref-129)
130. Vygotskij, L. (1999) [↑](#footnote-ref-130)
131. Bergius, B & Emanuelsson. L. (2008) [↑](#footnote-ref-131)
132. Freinet, C. (1999) [↑](#footnote-ref-132)
133. Skolverket. (2004) [↑](#footnote-ref-133)
134. Ibid. [↑](#footnote-ref-134)
135. Skolverket. (2007:07) [↑](#footnote-ref-135)
136. Skolöverstyrelsen. (1980) [↑](#footnote-ref-136)
137. Skolöverstyrelsen. (1980), Kungliga skolöverstyrelsen. (1962) [↑](#footnote-ref-137)
138. Skolverket. (1994) [↑](#footnote-ref-138)
139. Freinet, C. (1999) [↑](#footnote-ref-139)